Analisis Ukuran Risiko Expected Shortfall pada Indeks Pasar Saham

Tugas Akhir

diajukan untuk memenuhi salah satu syarat

memperoleh gelar sarjana

dari Program Studi Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

1302154134

Reima Agustina Kusumawardani

Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

Bandung

2019

LEMBAR PENGESAHAN

Analisis Ukuran Risiko Expected Shortfall pada
Indeks Pasar Saham

Analyze Risk Measure Expected Shortfall of
Market Stock Indices

NIM : 1302154134
Reima Agustina Kusumawardani

Tugas akhir ini telah diterima dan disahkan untuk memenuhi sebagian syarat memperoleh gelar pada Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi
Fakultas Informatika
Universitas Telkom

Bandung, 3 Januari 2019
Menyetujui

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Deni Saepudin S.Si., M.Si. NIP. 99750013	Aniq Atiqi Rohmawati, S. Si., M.Si NIP 15880028

Ketua Program Studi
Sarjana Ilmu Komputasi,

Dr. Deni Saepudin S.Si., M.Si.
NIP. 99750013

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya, Reima Agustina Kusumawardani, menyatakan sesungguhnya bahwa Tugas Akhir saya dengan judul “Analisis Ukuran Risiko *Expected Shortfall* pada Indeks Pasar Saham” beserta dengan seluruh isinya adalah merupakan hasil karya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang belaku dalam masyarakat keilmuan. Saya siap menanggung resiko/sanksi yang diberikan jika di kemudian hari ditemukan pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam buku TA atau jika ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya,

Bandung, 3 Januari 2019

Yang Menyatakan

Reima Agustina Kusumawardani

Analisis Ukuran Risiko *Expected Shortfall* pada Indeks Pasar Saham

Reima Agustina Kusumawardani[1], Deni Saepudin[2], Aniq Atiqi Rohmawati[3]

[1,2,3]Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung
[1]reimaagustinak@students.telkomuniversity.ac.id, [2]denisaepudin@telkomuniversity.ac.id,
[3]aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Pengukuran risiko penting untuk dilakukan, terutama dalam dunia investasi yang berkaitan dengan jumlah dana yang besar. Salah satu ukuran risiko dalam manajemen keuangan adalah Expected Shortfall (ES). ES adalah nilai ekspektasi dari return jika return tersebut melampaui batas return maksimum (Value-at-Risk). VaR merupakan kerugian (return negatif) maksimum yang mungkin terjadi selama periode waktu dan tingkat kepercayaan tertentu. Pada tingkat kepercayaan 90%, akan dicari nilai return terkecil yaitu VaR. Sehingga peluang munculnya nilai return kurang dari VaR adalah $0,1$. VaR tidak memperhatikan setiap kerugian yang ada dibawahnya. ES merupakan solusi untuk menyelesaikan masalahan tersebut. Hasil perhitungan menyatakan bahwa dari beberapa tingkat kepercayaan, terdapat return negatif yang lebih kecil dari VaR dan ES terbukti dapat mengatasinya. Hasil penelitian dari perhitungan ES empiris dan ES teoris menyatakan bahwa selisih error kedua perhitungan tidak jauh berbeda. Penelitian ini menghitung VaR dengan memodifikasi metode Historical Simulation dan melakukan analisis perhitungan risiko ES dengan melibatkan fungsi distribusi dari peubah acak atau observasi. Pada perhitungan ES dilibatkan nilai VaR, tingkat kepercayaan dan jumlah observasi. Data yang akan digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah data return mingguan dari indeks saham JKSE.

Kata kunci : expected shortfall, value at risk, risiko, return, historical simulation, fungsi distribusi

Abstract

Risk measurement is important to do, especially in the world of investment relating to large amounts of funds. One of risk measure in financial management is Expected Shortfall (ES). ES is the expected value of return if the return exceeds the maximum return limit (Value-at-Risk). VaR is the maximum loss (negative return) that may occur over a period of time and a certain of confidence level. At a 90% confidence level, the smallest return value, called VaR. So the probability of the return value less than VaR is 0.1. VaR does not give information to any losses below it. ES is a solution to solve this problem. The calculation results state that from several levels of confident, there is a negative return that is smaller than VaR and ES is proven to be able to overcome it. The results of the empirical and theorists ES calculation declare that the error deviation between the two calculations is not much different. This study calculates VaR by modifying the Historical Simulation method and analyzing ES risk calculations by involving the distribution function of random variables or observations. The ES calculation involves the VaR value, confidence level and number of observations. The data that will be used in this Final Project is the weekly return data from the JKSE stock index.

Keywords: expected shortfall, value at risk, risiko, return, historical simulation, distribution function

1. Pendahuluan

Latar Belakang

Pada saat ini, mengukur dan mengelola risiko pada data finansial sudah menjadi hal yang lumrah dilakukan dalam manajemen risiko. Secara umum, mengolah suatu risiko sering kali mengacu pada struktur kebergantungan dari variabel acak pengembalian (return). Pengertian risiko sendiri merupakan penyimpangan hasil (return) yang diperoleh dari rencana hasil (return) yang diharapkan. Dalam risiko, penyimpangan dapat dibagi menjadi dua, yaitu penyimpangan negatif dan penyimpangan positif. Penyimpangan negatif adalah return aktual yang lebih kecil dari return yang diharapkan. Risiko investasi saham dikaitkan dengan probabilitas atau kemungkinan tingkat pengembalian (return) masa depan yang lebih rendah dari yang diharapkan atau return-nya negatif. Untuk mengukur dan mengelola suatu risiko, diperlukan alat ukur yang dapat digunakan untuk mengukur risiko yang ada. Salah satu alat ukur yang dapat digunakan untuk mengukur risiko adalah Expected Shortfall (ES). Secara umum, ES didefinisikan sebagai ekspektasi ukuran risiko yang nilainya di atas Value-at-Risk (VaR). Sedangkan VaR merupakan kerugian (return negatif) maksimum yang mungkin terjadi selama periode waktu pada tingkat kepercayaan tertentu. Beberapa peneliti menggunakan ES sebagai alternatif ukuran risiko dari VaR [1][2]. ES pernah digunakan oleh peneliti sebelumnya untuk menganalisis risiko investasi. Hasil dari peneliti tersebut menyatakan bahwa nilai ES lebih besar daripada nilai VaR untuk masing-masing tingkat kepercayaan. Dalam artian bahwa, investor lebih mewaspadai kerugian terbesar yang akan terjadi [3]. ES dan rumus untuk meminimalkannya dalam optimalisasi diperkenalkan pertama kali oleh R. Tyrell Rockafellar dan Stainslav Uryasev [4] dalam *paper* mereka pada tahun 2000.

Sebagai ukuran risiko alternatif, mengukur risiko dengan menggunakan ES dikenal lebih aman dibanding dengan VaR. Karena nilai ES akan selalu lebih kecil daripada VaR (dalam kasus *return* negatif). Dalam perhitungan ES dilibatkan nilai VaR, semakin kecil nilai VaR maka nilai ES juga akan semakin kecil. Kelemahan dari VaR adalah VaR tidak memperhatikan setiap kerugian yang melampaui tingkat VaR. Sedangkan ES sebagai alternatif dari VaR dapat menghitung kerugian di atas nilai VaR yang mungkin terjadi.

Ukuran risiko pada saat ini adalah kuantitas statistik yang dapat mendeskripsikan distribusi dari return seperti variansi, Value-at-Risk, dan Expected Shortfall [5]. Akan tetapi, hal ini tidak mudah untuk dilakukan sebab distribusi dari return seringkali tidak diketahui. Sehingga diperlukan perhitungan ES dengan melihat kecocokan distribusi dari peubah acak atau observasi. Selain melihat kecocokan distribusi, pada penelitian ini juga dilakukan perhitungan VaR menggunakan modifikasi metode Historical Simulation. Penulis memilih metode historis karena jurnal-jurnal terdahulu menyebutkan bahwa metode ini merupakan metode yang paling sederhana karena hanya menggunakan data historis dan mengesampingkan asumsi return yang berdistribusi normal.

Pada Tugas akhir ini dilakukan analisis perhitungan risiko menggunakan ES dengan melibatkan fungsi distribusi dari peubah acak atau observasi dan membandingkan kinerja ES berdasarkan nilai Mean Error Absolute (MEA) dengan perhitungan empiris dan teoretis. Nilai violation digunakan untuk mengetahui pelanggaran VaR dari data historis yaitu dengan menguji apakah terdapat nilai return yang lebih kecil dari VaR. Pada perhitungan ES dilibatkan nilai VaR, tingkat kepercayaan dan jumlah observasi. Data yang akan digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah data mingguan return dari indeks saham JKSE 6 Juli 1997 hingga 15 Juli 2012.

Topik dan Batasannya

Value-at-Risk merupakan metode pengukuran risiko yang sering digunakan dalam dunia investasi. Namun, VaR memiliki kelemahan yaitu tidak memperhatikan data yang melebihi VaR tersebut. Maka dari itu, ES merupakan solusi untuk mengatasai kelemahan VaR. Penentuan fungsi distribusi $F_X(X) = P(X \leq x)$ dan sifat yang mendeskripsikan fungsi distribusi seperti mean, variansi, atau kuantil adalah dasar pengukuran risiko. Ukuran risiko pada saat ini adalah kuantitas statistik yang dapat mendeskripsikan distribusi dari kerugian seperti variansi, *Value-at-Risk*, dan *Expected Shortfal* [5]. Akan tetapi, hal ini tidak mudah untuk dilkukan sebab distribusi dari kerugian seringkali tidak diketahui. Sehingga tidak jarang dilakukan simulasi untuk mengetahui distribusi dari suatu kerugian. Maka dari itu, dalam penelitian ini diharapkan dapat mengetahui nilai *Expected Shortfall* berdasarkan fungsi distribusi pada data. Lalu, dapat mengetahui kinerja ES dibanding VaR. Data yang digunakan adalah data mingguan dari indeks saham IHSG JKSE periode 6 Juli 2018 hingga 15 Juli 2012.

Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai *Expected Shortfall* berdasarkan fungsi distribusi pada data. Data yang digunakan merupakan data return mingguan dari Indeks Saham JKSE dari tahun 1997 sampai dengan 2012. Lalu, tujuan kedua dari penelitian ini adalah untuk mengetahui perbandingan kinerja *Value-at-Risk* dan *Expected Shortfall*. Untuk mengetahui kinerja VaR, dihitung violation dengan cara menguji apakah terdapat nilai return yang lebih kecil dari VaR. Lalu, untuk membandingkan kinerja ES dilihat berdasarkan nilai Mean Error Absolute (MEA) dari ES dengan perhitungan empiris dan teoretis.

Organisasi Tulisan

Pada bab 2 akan dibahas mengenai Studi terkait, meliputi Return dan Analisis data. Pada bab 3 akan dibahas Sistem yang Dibangun. Pada bab 4 akan dibahas hasil dan analisis pengujian, meliputi *Fitting* distribusi, *Value-at-Rsik* dan *Expected Shortfall*. Pada bab 5 akan dibahas mengenai Kesimpulan dan Saran.

2. Studi Terkait

2.1. Indeks Harga Saham

Indeks harga saham merupakan indikator yang menggambarkan pergerakan harga saham dalam suatu periode. Dengan membaca indeks ini, kita dapat mengetahui tren yang sedang terjadi di pasar, apakah sedang naik, turun, atau stabil sehingga investor dapat menentukan kapan untuk menjual, menahan atau membeli saham.

2.2. Return Saham

Return saham merupakan income yang diperoleh oleh pemegang saham sebagai hasil dari investasi di perusahaan tertentu. Apabila harga jual melebihi harga beli maka terjadi capital gain atau sebaliknya. Return saham didefinisakan sebagai berikut [6]:

$$r_t = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = ln[P_t] - ln[P_{t-1}] \quad (2.1)$$

Keterangan:

P_t : nilai saham pada periode ke- t

P_{t-1} : nilai saham pada periode ke- t-1

2.3. Analisis Data

Data yang digunakan adalah data mingguan dari indeks saham gabungan JKSE periode 6 Juli 1997 hingga 15Juli 2012.

2.3.1. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah bagian dari ilmu statistika yang hanya mengolah, menyajikan data tanpa mengambil keputusan untuk populasi. Dengan kata lain hanya melihat gambaran secara umum dari data yang didapatkan. Statistika deskriptif merupakan deskripsi umum yang menggambarkan keadaan data untuk saat ini. Dari statistik deskriptif kita dapat mengetahui beberapa informasi dari data yang ingin kita analisis.

- Mean

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad (2.2)$$

- Variansi

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (2.3)$$

- Standar Deviasi

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2.4)$$

$Keterangan :$

$\bar{x}$: Rata – rata hitung

x_i : Nilai sampel ke – i

n : Jumlah sampel

σ^2 : VariansI

2.3.2. Uji Distribusi

Data return harus diolah untuk mengetahui data berdistribusi normal atau tidak. Ada beberapa cara untuk menguji kecocokan fungsi distribusi maginal suatu data, uji tersebut antara lain Uji Kolmogorov Smirnov (KS test), Jaque Berra Test, Anderson Darling Test, dll. Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan uji hipotesis untuk menguji kecocokan beberapa distribusi seperti distribusi poisson (data diskrit) dan distribusi normal (data kontinu). Uji hipotesis dilakukan dengan membandingkan distribusi kumulatif yang dibentuk dari distribusi frekuensi data sampel (empiris) dengan distribusi yang dihipotesiskan secara teoritis. [7]

Hipotesis :

H_0 : $distribusi\ data$ $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ berdistribusi normal

H_a : $distribusi\ data$ $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ berdistribusi tidak normal

Taraf signifikasi : α

$$D = \sup_{x}\left|F_{X_n}(x_n) - F_{X_1}(x_1)\right|$$

Dengan,

D : nilai supremum untuk semua x dari mutlak beda $F_{X_n}(x_n) - F_{X_1}(x_1)$

$F(x)$: fungsi distribusi kumulatif
Kriteria Uji

H_0 ditolak jika $D > D^*(\alpha)$ merupakan nilai kritis yang diperoleh dari tabel "Kolmogorov-Smirnov" atau H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$. [3]

- Uji Distribusi Normal

Hipotesis :
H_0 : data return berdistribusi normal
H_a : data reurn tidak berdistribusi normal
Taraf signifikasi : $\alpha = 0.01$
Hasil uji:
$D = 0.026$ dan $D^*(\alpha) = 0.051$ sedangkan Kriteria uji H_0 ditolak jika $D > D^*(\alpha)$. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa H_0 tidak ditolak atau data return mingguan JKSE periode 6 Juli 1997 hingga 15Juli 2012 berdistribusi Normal.

2.4. Ukuran Risiko

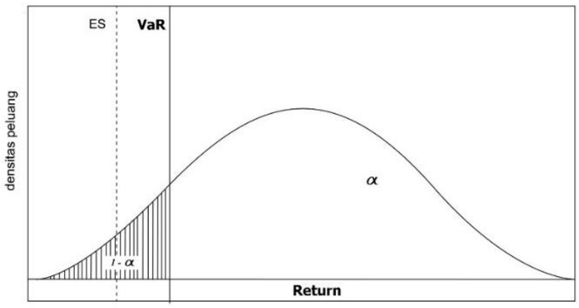
Risiko dan ukuran risiko adalah istilah yang tidak memiliki definisi dan penggunaan yang unik. Biasanya, untuk mengukur risiko mengandung hal terkait dengan distribusi probabilitas. Pemetaan dari ruang distribusi probabilitas atau variabel acak ke dalam bilangan real disebut pengukuran risiko [8].
2.4.1. Metode Standar untuk Risiko Pasar

Ada tiga metode utama untuk menghitung Value at Risk yaitu metode Historical Simulation, Metode Variance-Covariance dan simulasi Monte Carlo. Metode Historical Simulation merupakan metode non-parametrik yang paling mudah digunakan karena tidak ada asumsi return yang harus dipenuhi seperti return bersifat linier antara return portfolio dan return aset tunggalnya. Metode Variance-Covariance menggunakan pendekatan parametrik yang mengasumsikan bahwa return berdistribusi normal serta return portfolio bersifat linier terhadap return aset tunggalnya sedangkan untuk metode simulasi Monte Carlo, diasumikan return berdistribusi normal namun tidak ada asumsi linier antara return portfolio dengan return aset tunggal [9].

Pada penelitian ini digunakan modifikasi dari metode Historical Simulation yang merupakan metode non-parametrik yang paling mudah digunakan karena tidak ada asumsi return yang harus dipenuhi seperti return bersifat linier antara return portfolio dan return aset tunggalnya. Langkah pertama dari simulasi historis adalah untuk mengidentifikasi instrumen dalam aset saham dan untuk mendapatkan runtun waktu untuk instrumen ini selama beberapa periode historis yang ditetapkan. Kemudian menggunakan data aset saham saat ini untuk mensimulasikan pengembalian hipotetis yang akan didapatkan dengan mengasumsikan bahwa aset saham saat ini telah diadakan selama periode observasi. Estimasi VaR kemudian dapat dibaca dari histogram pengembalian atau return. Asumsi yang mendasari metode ini adalah bahwa distribusi return historis bertindak sebagai proksi yang baik dari return yang dihadapi selama periode holding berikutnya [10].

2.4.2. *Value-at-Risk*

Gambar 1. Ilustrasi distribusi *return* pada $(1 - \alpha)\%$ VaR dan ES



Pada Tugas Akhir ini, Var didefinisikan sebagai berikut; VaR dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ adalah nilai batas bawah dari return dimana return tidak akan lebih kecil dari batas bawah tersebut dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$. Secara sederhana, VaR ingin menjawab pertanyaan "Seberapa besar (dalam persen atau sejumlah uang tertentu) investor dapat merugi selama waktu investasi t dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$". Penentuan fungsi distribusi $F_X(X) = P(X \leq x)$ dan sifat yang mendeskripsikan fungsi distribusi seperti mean, variansi, atau kuantil adalah dasar pengukuran risiko [5]. Secara teknis, VaR dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dinyatakan sebagai bentuk kuantil ke$-\alpha$ dari distribusi *return*.

Pada Gambar 1. Dalam kasus return negatif yaitu dengan batas $(-\infty, VaR)$, VaR pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$, variabel acak *return* negatif R setidaknya jangan berada dibawah nilai VaR. Maka dapat ditulis

$$P(R \geq VaR) = (1-\alpha)$$

Karena VaR ditentukan melalu fungsi distribusi, maka

$$1 - P(R \leq VaR) = (1-\alpha)$$
$$P(R \leq VaR) = (\alpha)$$

VaR dapat ditentukan melalui fungsi kepadatan peluang dari nilai *return* di masa depan $f(R)$ dengan R adalah *return* aset tunggal. Pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$, akan dicari nilai kemungkinan terburuk x. Sehingga peluang munculnya nilai return melebihi x adalah $(1-\alpha)$. [10][12]

$$\int_x^\infty f(R)\, dR = (1-\alpha) \tag{2.5}$$

Sehingga peluang munculnya suatu nilai *return* kurang dari sama dengan x adalah α.

$$\int_{-\infty}^x f(R)\, dR = (\alpha) \tag{2.6}$$

$$P(R \leq x) = \alpha \tag{2.7}$$

Dengan kata lain, x merupakan kuantil dari distribusi return yang merupakan nilai kritis (*cut off value*) dengan peluang yang sudah ditentukan. Secara umum, x berharga negatif. [10]

Dalam persamaan (2.4) dapat diartikan bahwa, jika diberikan tingkat kepercayaan $(1-\alpha) \in (0,1)$. VaR_α dari return acak kontinu R adalah nilai terkecil x sehingga peluang R lebih kecil dari x tidak akan lebih besar dari α.

Untuk suatu *return* acak R yang berdistribusi Normal (μ, σ^2) dalam menyelesaikan integral fungsi kepadatan peluang pada persamaan (2.3), maka dapat diselesaikan dengan mentransformasikan *return* acak normal R menjadi variabel acak Z dimana $z = \frac{x-u}{\sigma}$. Sehingga $R \sim N(\mu, \sigma^2)$ sama artinya dengan $Z \sim N(0,1)$. Maka VaR untuk distribusi normal pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha) \in (0,1)$ adalah

$$P\left(R \leq \mathrm{VaR}_{(1-\alpha)}\right) = \alpha$$

$$P\left(\frac{R-\mu}{\sigma} \leq \frac{\mathrm{VaR}_{(1-\alpha)} - \mu}{\sigma}\right) = \alpha$$

$$P\left(R_N \leq \frac{\mathrm{VaR}_{(1-\alpha)} - \mu}{\sigma}\right) = \alpha$$

$$\Phi^{-1} F\left(\frac{\mathrm{VaR}_{(1-\alpha)} - \mu}{\sigma}\right) = \Phi^{-1}\alpha$$

$$\left(\frac{\mathrm{VaR}_{(1-\alpha)} - \mu}{\sigma}\right) = \Phi^{-1}\, \sigma(\alpha)$$

$$\mathrm{VaR}_{(1-\alpha)} = \mu + \sigma\, \Phi^{-1}(\alpha) \tag{2.8}$$

$Keterangan$:
$\mu :\ mean\ return$
$\sigma : standar\ deviasi\ return$
$\Phi^{-1} : invers\ fungsi\ distribusi$

2.4.3. Violation *Value-at-Risk*

Violation atau pelanggaran merupakan metode untuk mengetahui akurasi dari model dan seberapa banyak pelanggaran yang terjadi pada suatu model tersebut.

Data return setiap simulasi dihitung berdasarkan 20 minggu data return sebelum. Sehingga, diperoleh 679 nilai VaR_{i} dari persamaan (2.5) dengan Historical Simulation. Dari masing-masing nilai VaR_{i}, dicari berapa banyak data return yang lebih kecil dari VaR. Mencari data return < VaR bisa disebut dengan mencari Violation dari VaR.

2.4.4. *Expected Shortfall*

Adakah metode atau cara lain untuk mengetahui besar kerugian maksimum? Untuk mengatasi persoalan ini, diperkenalkanlah ES sebagai alternatif ukuran risiko [14]. Penelitian ini lebih dalam membahas ES yaitu ukuran risiko alternatif yang dipertimbangkan dengan VaR. ES menghitung risiko kerugian berlebih di luar VaR, lihat Gambar 1, ES ditandai dengan garis arsir yang berada dibawah nilai VaR. ES dapat mengatasi kelemahan dari VaR karena VaR tidak memperhatikan setiap kerugian yang melebihi tingkat VaR. Sedangkan ES sebagai alternatif dari VaR dapat memperhitungkan kerugian di atas nilai VaR yang mungkin terjadi. Oleh karena itu, ES selalu memiliki nilai yang lebih kecil daripada VaR. ES didefinisikan sebagai ekspektasi ukuran risiko yang nilainya di atas VaR [3].

ES pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ dinotasikan oleh $ES_{(1-\alpha)}(R)$ dan didefinisikan sebagai nilai ekspektasi *return* yang sama atau lebih kecil dari $VaR_{\alpha}(R)$. Nilai ES umumnya lebih kecil dari VaR. Maka, ES dapat dinyatakan sebagai,

$$\begin{aligned} ES_{(1-\alpha)}(R) &= E(R \mid R \leq VaR_{(1-\alpha)}(R)) \\ &= \int_{-\infty}^{VaR_{(1-\alpha)}} x\, f_{R|(R \leq VaR_{(1-\alpha)})}(x)\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{VaR_{(1-\alpha)}} x \frac{f(x)}{P\left(R \leq VaR_{(1-\alpha)}\right)}\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{VaR_{(1-\alpha)}} x \frac{f(x)}{\alpha}\, dx \\ &= \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{VaR_{(1-\alpha)}} x f(x)\, dx \end{aligned} \tag{2.9}$$

Dimana, $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

ES pada persamaan 2.6 merupakan perhitungan ES Teoris atau bisa dilambangkan ES_{T}. Sedangkan Algoritma untuk menghitung ES empiris ES_{Empiris} adalah sebagai berikut:

- Data return setiap simulasi dihitung berdasarkan 20 minggu data return sebelum. Sehingga, diperoleh 679 nilai VaR_{i} dari persamaan (2.5) dengan historical simulation.
- Dari masing-masing nilai VaR_{i}, dicari berapa banyak data return yang lebih kecil dari VaR. Mencari data return ≤ VaR bisa disebut dengan mencari Violation dari VaR.
- Setiap data return yang lebih kecil dari VaR_{i} dijumlahkan, lalu dibagi dengan banyaknya data return mingguan yang lebih kecil dari VaR_{i}. Menghitung $E(Return \mid Return \leq VaR_{1-\alpha})$ merupakan perhitungan ES_{Empiris}.

2.5. Mean Absolute Error

MAE adalah cara pengukuran yang banyak digunakan dalam evaluasi model [13]. Mean absolute error (MAE) adalah ukuran perbedaan antara dua variabel kontinu. Yaitu mengasumsikan X dan Y adalah variabel pengamatan berpasangan yang mengekspresikan fenomena yang sama. Dalam mengukur selisih antara perhitungan $ES_{\mathrm{i,T}}$ yaitu perhitungan ES dengan menggunakan persamaan (2.6) dengan $ES_{\mathrm{i,empiris}}$ yaitu perhitungan ES dengan menggunakan perhitungan empiris. Maka diperoleh rumus MAE sebagai berikut :

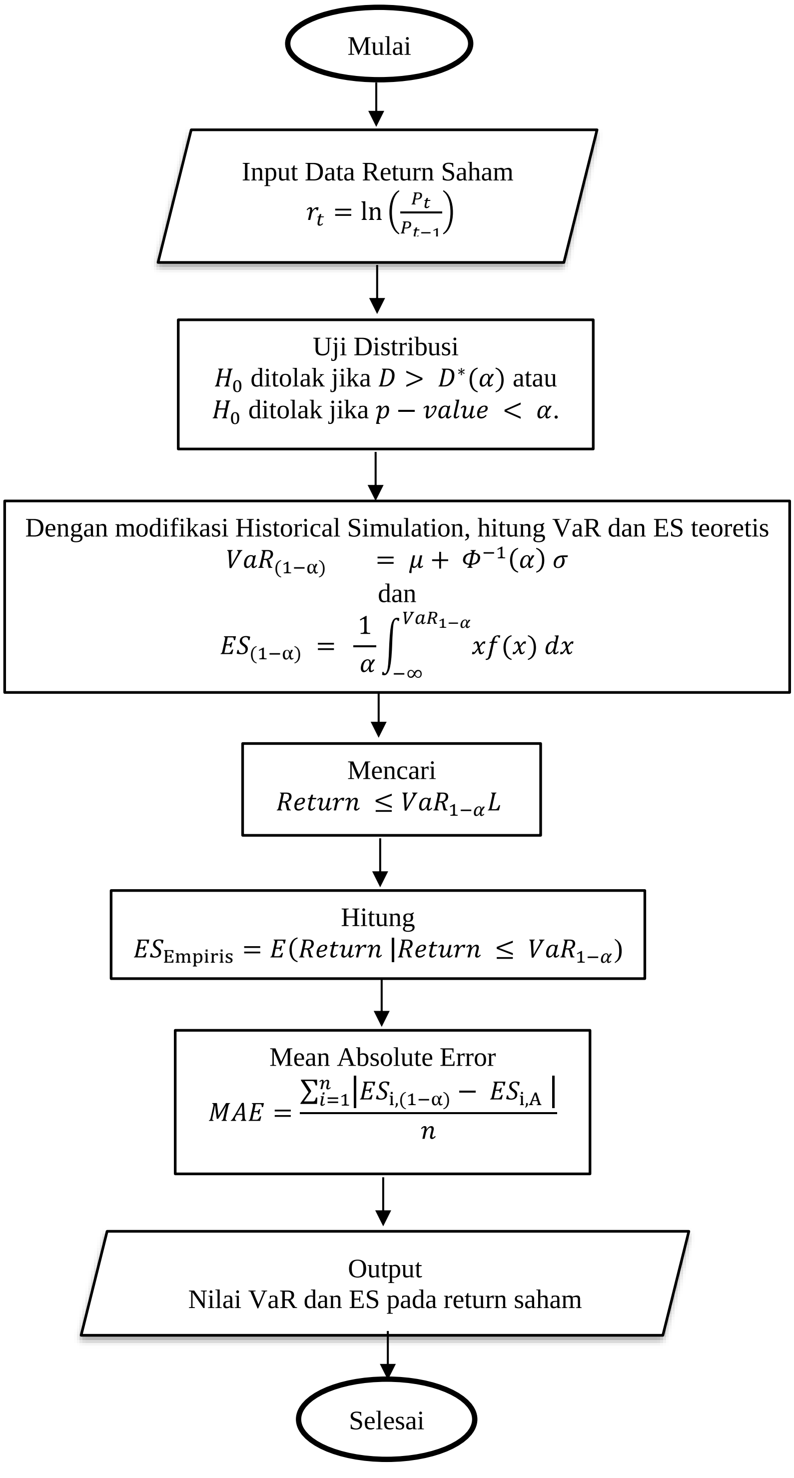
$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| ES_{\mathrm{i,T}} - ES_{\mathrm{i,empiris}} \right|}{n} \tag{2.10}$$

Keterangan:

$ES_{\mathrm{i},T}$: *Nilai ES dari persamaan* (2.6)

$ES_{\mathrm{i,empiris}}$: *Perhitungan ES empiris*

3. Sistem yang Dibangun



Gambar 3.2. Flowchart Pengerjaan Tugas Akhir

Keterangan:

- Data yang digunakan adalah data harga saham mingguan dari indeks saham JKSE yang didapat dari *website yahoo finance.* Mencari nilai *return* dari data tersebut dengan penggunakan persamaan (2.1) periode 6 Juli 1997 hingga 2012 dengan banyak data sebanyak 700 data *return*.
- Cek apakah data berdistribusi Normal dengan langkah pertama yaitu mengurutkan data dari kecil ke besar, lalu hitung nilai D , untuk alpha = 0.05, Jika D < nilai tabel Kolmogorov Smirnov, maka Ho diterima ; Ha ditolak dan Jika D > nilai tabel Kolmogorov Smirnov, maka Ho ditolak ; Ha diterima.

- Memodifikasi Historical Simulation dengan menghitung VaR dari beberapa data return sebelum (r_{t-1}).
- Menghitung Value-at-Risk jika diamsusikan data berdistribusi normal, maka perhitungan VaR dengan menggunakan persamaan (2.8).
- Menghitung Expected Shortfall yaitu menghitung risiko kerugian berlebih di luar VaR. Maka dari itu, dalam menghitung ES diperlukan nilai VaR. Jika diamsusikan data berdistribusi normal, maka perhitungan ES dengan menggunakan persamaan (2.9). Perhitungan ini merupakan perhitungan ES Teoretis.
- Untuk mengetahui apakah ada $Return \leq VaR_{1-\alpha}$ (VaR Violation), maka setelah mendapatkan nilai $VaR_{1-\alpha}$ data setiap 20 minggu dibandingkan. Jika dari 20 minggu ada yang lebih kecil dari $VaR_{1-\alpha}$, maka data tersebut dihitung rata-ratanya. Rata-rata dari $Return \leq VaR_{1-\alpha}$ dapat disebut sebagai ES_{empiris}.
- Selisih error dari ES_{empiris} dan ES_{teoretis} dihitung menggunakan Mean Absolute Error pada persamaan (2.10).

4. Evaluasi

4.1 Hasil Pengujian

Tabel 1. Hasil perhitungan VaR setiap tingkat kepercayaan (%)

Data Return minggu ke-	VaR 85%	VaR 90%	VaR 95%	VaR 99%
1-20	-0.06205	-0.07345	-0.09035	-0.12206
2-21	-0.06299	-0.07563	-0.09435	-0.12948
3-22	-0.06165	-0.07508	-0.09498	-0.13232
…	…	…	…	…
679-699	-0.0162	-0.02025	-0.02626	-0.03754

Pada Tabel 1, merupakan perhitungan VaR dengan menggunakan persamaan (2.8). Nilai mean dan standar deviasi setiap simulasi berbeda, karena modifikasi Historical Simulation. Perhitungan mean dan standar deviasi diperoleh dari data return minggu pertama sampai dengan minggu ke dua puluh dan terus bergerak sampai minggu ke 679 hingga minggu terakhir. Sehingga menghasilkan nilai VaR sebanyak 679.

Tabel 2. Hasil perhitungan ES_{i} setiap tingkat kepercayaan (%)

Data Return minggu ke-	ES_{i} 85%	ES_{i} 90%	ES_{i} 95%	ES_{i} 99%
1-20	-0.08614	-0.09548	-0.10979	-0.13783
2-21	-0.08969	-0.10003	-0.11589	-0.14694
3-22	-0.09003	-0.10102	-0.11787	-0.15088
…	…	…	…	…
679-699	-0.02477	-0.02809	-0.03318	-0.04314

Pada Tabel 2, perhitungan ES teoretis dengan menggunakan persamaan (2.9). ES bergantung pada nilai VaR yang dihasilkan dari Tabel 1. Sehingga banyaknya nilai ES sama dengan nilai VaR yaitu sebanyak 679.

Tabel 3. Violation VaR setiap tingkat kepercayaan (%)

Data Return minggu ke-	15%	10%	5%	1%
1-20	6	1	0	0
2-21	6	1	0	0
3-22	6	1	0	0
…	…	…	…	…
679-699	4	3	2	0
$\overline{Violation}$	2.985272	2.02651	0.970545	0.139911635
Proporsi = $\frac{\overline{Violation}}{20}$	14,9264%	10,1325%	4,8527%	0.6995%

VaR pada tingkat kepercayaan 90%, akan dicari nilai kemungkinan terburuk yaitu VaR. Sehingga peluang munculnya nilai return kurang dari VaR adalah 0,1 atau 10%. Sama halnya dengan tingkat kepercayaan yang lain. Maka, violation VaR mencari munculnya nilai return kurang dari VaR, apakah sesuai dengan definisi yang diberlakukan. Karena terdapat banyak simulasi VaR maka dihitung rata-rata dari violation lalu dibagi lagi dengan duapuluh data. Dari beberapa tingkat kepercayaan (%) setiap data terbukti bahwa peluang *return* kurang dari VaR tidak melebihi (α). Kecuali pada tingkat kepercayaan 90%, peluang *return* kurang dari VaR melebihi (α) sebesar 0,1325%.

Tabel 4. Nilai ES_{empiris} Ekspektasi dari $Return \leq VaR_{1-\alpha}$

Data Return minggu ke-	ES_{A} 85%	ES_{A} 90%	ES_{A} 95%	ES_{A} 99%
1-20	-0.070479	-0.083282	-0.090352	-0.12206
2-21	-0.070479	-0.083282	-0.094351	-0.12947
3-22	-0.070479	-0.083282	-0.094983	-0.13231
…	…	…	…	…
679-699	-0.026027	-0.028107	-0.029851	-0.03753

Tabel 4 dihitung dengan menggunakan Algoritma perhitungan ES_{empiris}. Setiap data return yang lebih kecil dari VaR_{i} dijumlahkan, lalu dibagi dengan banyaknya data return mingguan yang lebih kecil dari VaR_{i}.

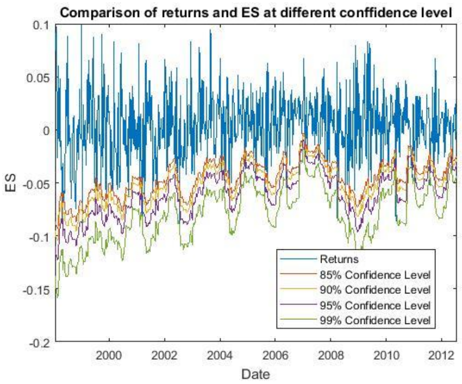
Tabel 5 Selisih ES dari ES_{i} dan ES_{A} dengan menggunakan MAE

MAE 85%	MAE 95%	MAE 90%	MAE 99%
0.007073377	0.007741365	0.009673027	0.010156146

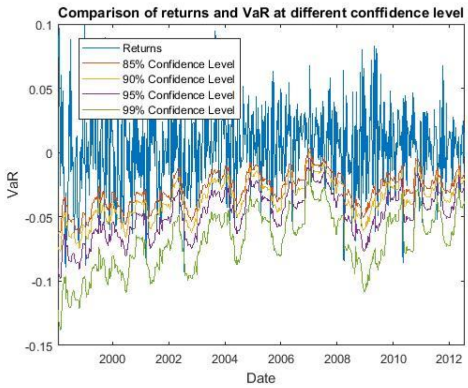
Tabel 5 dihitung menggunakan persamaan (2.10) merupakan perhitungan selisih ES empiris dengan ES teoretis. Terlihat pada tabel Tabel 5 bahwa MEA untuk setiap tingkat kepercayaan memiliki hasil yang kecil, ini berarti bahwa ES_{empiris} dan ES_{teoretis} memiliki perhitungan yang tidak jauh berbeda. Maka dari itu baik ES_{empiris} dan ES_{teoretis} dapat digunakan untuk mengukur suatu risiko dari return saham.

Gambar 2. Perbandingan Perhitungan VaR dan ES pada data Historis

Gambar 2.1.

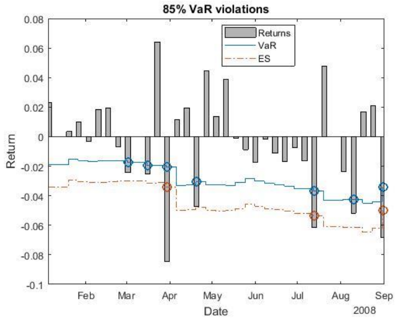


Gambar 2.2



Pada Gambar plot Gambar 2.2 terlihat bahwa masih terdapat data yang melewati VaR. ontoh pada tahun 2008 dengan tingkat kepercayaan 99% terdapat beberapa data yang melewati VaR. Sedangkan pada Gambar 2.1 ES dapat mengantisipasi beberapa data yang berlebih diluar VaR.

Gambar 3. VaR Violations pada Tingkat Kepercayaan 85%



Pada Gambar 3, deret waktu yang digunakan adalah dari tanggal 6 Januari 2008 hingga 31 Agustus 2008 dengan tingkat kepercayaan 85%. Gambar 3 menunjukkan violation pada VaR pada data return mingguan tanggal 6 Januari 2008 hingga 31 Agustus 2008.

4.2 Analisis Hasil Pengujian

Expected Shortfall tidak dapat dihitung violationnya sebab ES merupakan suatu ekspektasi atau rata-rata. Maka, dalam Tugas Akhir ini tidak membandingkan kinerja antara VaR dan ES. Pada Tugas Akhir ini dibandingkan perhitungan ES secara teoretis dan empiris. ES teoretis didapat dari perhitungan ES menggunakan persamaan (2.9). Setelah menghitung berapa banyak pelanggaran VaR, maka dapat dihitung $ES_{empiris}$. $ES_{empiris}$ merupakan rata-rata dari return yang lebih kecil dari VaR. Dengan membandingkan tabel 2 dan tabel 4, terlihat bahwa adanya perbedaan dalam perhitungan ES. Maka dari itu digunakan MAE untuk mengetahui selisih *error* yang didapat dari ES_{empiris} dan ES_{teoretis}. Tabel 5 menunjukkan bahwa MAE untuk setiap tingkat kepercayaan memiliki nilai yang cukup kecil, ini berarti bahwa ES_{empiris} dan ES_{teoretis} memiliki perhitungan yang tidak jauh berbeda. Maka dari itu baik ES_{empiris} atau ES_{teoretis} dapat digunakan untuk mengukur suatu risiko dari return saham. Dari Tabel 3. Terbukti bahwa peluang data return yang melewati VaR tidak lebih dari (α), karena proporsinya kurang dari setiap (α). Namun pada tingkat kepercayaan 90%, proporsinya lebih dari 10%. Maka dari itu, jika diambil tingkat kepercayaan 90% dibutuhkan ES agar dapat mengantisipasi violation dari VaR.

5. Kesimpulan

Kesimpulan yang didapat dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. ES dapat dihitung dengan meibatkan distribusi return dari peubah acak return IHSG JKSE.
2. Nilai violation dari VaR menyatakan bahwa untuk tingkat kepercayaan 90%, terdapat data return yang proporsinya lebih dari 10%.
3. Hasil dari perhitungan MAE, disimpulkan bahwa ES teoretis dengan melibatkan fungsi peluang normal selisih hasilnya tidak jauh berbeda dengan ES empiris.

Saran yang bisa diberikan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Simulasi yang digunakkan untuk menghitung *Value-at-Risk* adalah dengan Monte Carlo Simulation. Dengan menggunaka metode Monte Carlo, dapat dilakukan simulasi dengan membangkitkan bilangan acak berdasarkan karakteristik dari data yang akan dibangkitkan, yang kemudian digunakan untuk mengestimasi nilai dari VaR tersebut.
2. Menggunakan backtesting Expected Shorftall dari penelitian Susanne Emmer pada penelitiannya tahun 2015 dalam membandingkan ukuran risiko terbaik antara VaR dan ES. [8]

Daftar Pustaka

[1] Artzner, P. F. (1997). Thinking coherently. Risk, 10(11), 68-71.

[2] Embrechts, P., Mcneil, E., & Straumann, D. (1999). Correlation: pitfalls and alternatives. In Risk Magazine.

[3] Saepudin, Y., Yasin, H. & Santoso, R. (2017). Analisis Risiko Investasi Saham Tunggal Syariah dengan Value At Risk (VaR) dan Expected Shortfall (ES). Jurnal Gaussian. Vol.6. No.2.

[4] Urysev, S., 2000. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Aplication. Financial Engineering News. University of Florida.

[5] McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools. Princeton university press.

[6] Tandelilin, E. (2001). Beta pada Pasar Bullish dan Bearish: Studi Empiris di Bursa Efek Jakarta. Jurnal Ekonomi dan Bisnis Indonesia, 16(2001)

[7] Conover, 2000. Practical Nonparametric Statistics. New York: John Willey and Son.

[8] Emmer, S., Kratz, M., & Tasche, D. (2015). What is the best risk measure in practice? A comparison of standard measures.

[9] Maruddani, I., Asih, D., & Purbowati, A. (2009). Pengukuran Value at Risk pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo. Media Statistika, 2(2), 93-104.

[10] Dowd, K. (1998). Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management, Frontiers in Finance Series. John Wiley and Sons. England.

[11] Rohmawati, A.A. dan Syuhada, K.I. 2015. Value-at-Risk and Expected Shortfall Relationship. International Journal of Applied Mathematics and Statictics. Vol. 53. No. 5.

[12] Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)?– Arguments against avoiding RMSE in the literature. *Geoscientific model development*, *7*(3), 1247-1250.