PEMANFAATAN MODEL *MIXTURE* OF *MIXTURE* DALAM PENYUSUNAN PORTOFOLIO SAHAM BANK BCA DAN BNI DENGAN MINIM RESIKO

Esther Laura Christy[1], Deni Saepudin[2], Rian Febrian Umbara[3]

School of Computing Telkom University, Bandung
[1]estlaty@gmail.com, [2]dns@ittelkom.ac.id, [3] rianum123@gmail.com

Abstrak

Penyusunan portofolio dilakukan sebagai salah satu strategi untuk mengurangi resiko yang mungkin akan terjadi dengan keuntungan yang didapat sebesar-besarnya pada saat melakukan investasi. Pendekatan model *mixture* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengetahui besar proporsi *return* pada suatu instrumen. Model ini mampu memodelkan data yang tersusun dari beberapa grup dimana setiap grup merupakan komponen penyusun dan mempunyai proporsi yang berbeda untuk masing-masing komponen. Hasil dari Tugas Akhir ini berupa model *mixture* untuk portofolio saham Bank BCA dan BNI dengan resiko yang didapat dari model tersebut sebesar -0.2498413758.

Kata kunci : Portofolio, Model *Mixture*, Return

Abstract

Preparation of the portfolio performed as a strategy to reduce the risks that might occur with the benefits as much as possible at the time of investment. *Mixture* model approach is one method used to determine a large proportion of the return on an instrument. This model is able to model the data that is composed of several groups where each group is a constituent component and having different proportions for each component. Result from this final project is the form of mixture model for BCA and BNI stock portfolio with the risks derived from the model is -0.2498413758.

Keywords: Portfolio, *Mixture* Model, Return

1. Pendahuluan

Investasi merupakan suatu kegiatan dimana seseorang menempatkan dana pada satu atau lebih dari satu aset selama periode tertentu dengan harapan dapat memperoleh dana atau peningkatan nilai investasi. Investasi terdiri dari 2 jenis, ada yang melakukan investasi dalam real assets dan ada juga yang melakukan investasi dalam financial assets.

Saham adalah suatu sertifikat atau piagam yang memiliki fungsi sebagai bukti pemilikan suatu perusahaan dengan berbagai aspek-aspek penting bagi perusahaan. Untuk menentukan apakah seseorang ingin melakukan investasi berupa saham yaitu dengan melihat return dan risiko yang ditimbulkan oleh investasi tersebut.

Return adalah tingkat pengembalian atau hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi sedangkan risiko berupa kehilangan sebagian atau seluruh dana yang diinvestasikan baik dalam waktu yang lama atau dalam waktu yang singkat. Apabila investasi menghasilkan return yang besar, maka investasi tersebut akan menghasilkan risiko yang besar pula, dan berlaku sebaliknya.

Kumpulan investasi yang dimiliki oleh institusi ataupun perorangan disebut portofolio. Resiko dapat dikurangi dengan cara melakukan investasi dalam berbagai instrumen sehingga dapat memberikan potensi tingkat keuntungan yang cukup dan tetap. Untuk menentukan alokasi aset diperlukan strategi investasi yang tepat dalam menempatkan dana untuk setiap instrument investasi dengan tingkat resiko dan potensi keuntungan yang berbeda yang biasa disebut diversifikasi. Pada penelitian ini instrumen yang digunakan adalah saham bank. Alokasi aset lebih fokus terhadap penempatan dana di berbagai instrument investasi, bukan memfokuskan terhadap pilihan saham dalam portofolio. Pemodelan portofolio dapat memberikan informasi besarnya proporsi return yang optimal dalam suatu instrumen sehingga investor dapat menentukan besarnya alokasi dana yang diinvestasikan.

Pendekatan model *mixture* digunakan untuk mengetahui besar proporsi return pada suatu instrumen. Model ini digunakan karena mampu memodelkan data yang tersusun dari beberapa grup dimana setiap grup merupakan komponen penyusun dan mempunyai proporsi yang berbeda untuk masing-masing komponen. Uji goodness of fit biasa digunakan dalam menganalisis dan menguji keluarga distribusi data. Namun mengidentifikasi data dengan adanya gejala multi modal akan cukup sulit dilakukan menggunakan alat tersebut karena dapat digunakan apabila telah diketahui distribusi dugaannya dan pendugaan distribusi untuk multimodal cukup rumit untuk dilakukan. Maka penelitian ini menggunakan *mixture* normal untuk menjembatani kesulitan identifikasi distribusi.

2. Dasar Teori

2.1 Model *Mixture*

Model *mixture* merupakan suatu model khusus dimana sifat multimodal dari data yang digunakan mencerminkan susunan beberapa sub-populasi atau grup dimana setiap sub-populasi merupakan komponen penyusun dari model *mixture* dapat dimodelkan serta mempunyai proporsi yang bervariasi untuk masing-masing komponen. Model *mixture* disebut model khusus karena mampu mencampur data tanpa meninggalkan karakteristik asli dari data. Fungsi densitas dari model *mixture* adalah sebagai berikut (Iriawan, 2001a) :

$$(\quad) \quad \sum \quad (\mid) \tag{2.1}$$

Dimana,

( ) = fungsi densitas dari model *mixture*

( ) = fungsi densitas ke-j dari sebanyak komponen penyusun model *mixture*

= vektor parameter dengan elemen-elemen ( )

= vektor parameter proporsi dengan elemen-elemen ( )

= parameter proporsi komponen *mixture*

= banyaknya komponen yang terdapat dalam *mixture*

Fungsi densitas komponen penyusun model *mixture* adalah sebagai berikut :

$$(\quad) \quad \frac{}{\sqrt{\ }} \quad - \quad \frac{(\quad)}{(\quad)} / \tag{2.2}$$

Model *mixture* yang ditulis dalam persamaan (2.1) berlaku untuk pemodelan *mixture* dengan banyaknya komponen yang diketahui, atau biasa disebut sebagai finite *mixture* model. Jika suatu data pengamatan x=(x_1,x_1,…,x_n) mempunyai sub-populasi sebanyak k yang masing-masing berdistribusi normal dengan mean μ_ij dan varians σ_ij^2 , dengan j=1,2,…,k, maka berdasarkan persamaan (2.1) fungsi densitas model *mixture* normal dari data return tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

$$(\quad) \quad (\quad) \quad (\quad) \tag{2.3}$$

2.2 Model *Mixture* of *Mixture*

Instrumen investasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah saham dan masing-masing return saham dimodelkan menggunakan model *mixture* karena adanya sifat multimodal dari data, sehingga pemodelan untuk portofolio ini menggunakan model *mixture* of *mixture*.

Apabila sebanyak m saham yang masing-masing mempunyai pola *mixture* normal seperti dalam persamaan (2.3) telah dipilih sebagai struktur investasi portofolio, maka pemodelan portofolio tersebut akan mempunyai pola *mixture* of *mixture*, yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$(\quad) \quad (\quad) \quad (\quad) \tag{2.4}$$

( ) adalah fungsi densitas dari model *mixture* saham ke-m dan * + adalah besarnya kontribusi setiap saham dalam portofolio. Selanjutnya tugas dalam pemodelannya adalah harus dilakukan estimasi parameter-parameter **π**, **w**, **μ**, dan .

Sebelum mengestimasi parameter model dalam persamaan (2.4), pekerjaan utama untuk memodelkan *mixture* suatu saham adalah menentukan besarnya dalam persamaan (2.3). Untuk mengatasinya, cara deskriptif melalui histogram data akan membantu untuk menentukan besarnya . Sedangkan banyaknya instrumen, , yang akan dipadukan dalam *mixture of mixture* dapat diawali dengan menentukan sendiri sesuai keinginan berdasarkan intuisi masing-masing investor (Shevchenko, 2011).

3. Perancangan Sistem

Langkah-langkah yang dilakukan untuk analisis data dalam penelitian ini adalah melakukan analisis deskriptif terhadap data return masing-masing saham, estimasi parameter model *mixture* setiap saham, estimasi parameter model *mixture* of *mixture* portofolio, dan menentukan besar resiko investasi saham dalam portofolio optimal.

4. Pengujian dan Analisis

4.1 Analisis Deksriptif Return Saham Bank

Untuk mendapatkan informasi karakteristik dari return saham bank, maka dilakukan analisis menggunakan statistika deskriptif sehingga hasil yang diperoleh dapat dilihat pada tabel 4.1.

Tabel 4.1 Deskriptif statistik return saham bank

Bank	N	Mean	St.Dev	Min	Max	Skewness
BCA	2348	0.001051	0.024648	-0.5	0.135135	-3.42774
BNI	2348	0.00094	0.027879	-0.23711	0.2	0.524512

Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata investasi yang memberikan keuntungan terbesar adalah BCA sebesar 0.001051 kemudian BNI sebesar 0.00094.

4.2 Identifikasi Distribusi Return Masing-Masing Saham Bank

Langkah awal untuk mengidentifikasi bentuk distribusi dari return masing-masing saham dapat dilakukan dengan menduga distribusi dari setiap data return saham menggunakan aplikasi minitab. Berikut hasil dugaan distribusi yang didapatkan :

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
2349	0	0,0011274	0,0276418	0	-0,5	0,370629	-1,77559	68,2499

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P
Normal	65,843	<0,005
3-Parameter Lognormal	65,795	*
2-Parameter Exponential	986,551	<0,010
3-Parameter Weibull	314,532	<0,005
Smallest Extreme Value	417,937	<0,010
Largest Extreme Value	525,636	<0,010
3-Parameter Gamma	-2273,454	*
Logistic	11,528	<0,005
3-Parameter Loglogistic	11,527	*

ML Estimates of Distribution Parameters

Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Normal*	0,00113		0,02764	
3-Parameter Lognormal	6,24111		0,00005	-513,42441
2-Parameter Exponential			0,50134	-0,50021
3-Parameter Weibull		10,79550	0,52460	-0,51111
Smallest Extreme Value	0,01573		0,06163	
Largest Extreme Value	-0,01631		0,08274	
3-Parameter Gamma		2,22559E+06	0,00002	-41,65304
Logistic	0,00113		0,01228	
3-Parameter Loglogistic	6,23967		0,00002	-512,69025

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
2348	0	0,0011293	0,0309077	0	-0,483871	0,406977	-0,798694	44,1923

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P
Normal	52,692	<0,005
3-Parameter Lognormal	52,645	*
2-Parameter Exponential	968,181	<0,010
3-Parameter Weibull	273,434	<0,005
Smallest Extreme Value	389,656	<0,010
Largest Extreme Value	459,056	<0,010
3-Parameter Gamma	-2069,861	*
Logistic	10,584	<0,005
3-Parameter Loglogistic	10,583	*

ML Estimates of Distribution Parameters

Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Normal*	0,00113		0,03091	
3-Parameter Lognormal	6,24071		0,00006	-513,22290
2-Parameter Exponential			0,48521	-0,48408
3-Parameter Weibull		9,78233	0,50806	-0,49323
Smallest Extreme Value	0,01739		0,06752	
Largest Extreme Value	-0,01682		0,08049	
3-Parameter Gamma		1,55633E+06	0,00002	-38,93964
Logistic	0,00080		0,01434	
3-Parameter Loglogistic	6,23937		0,00003	-512,53401

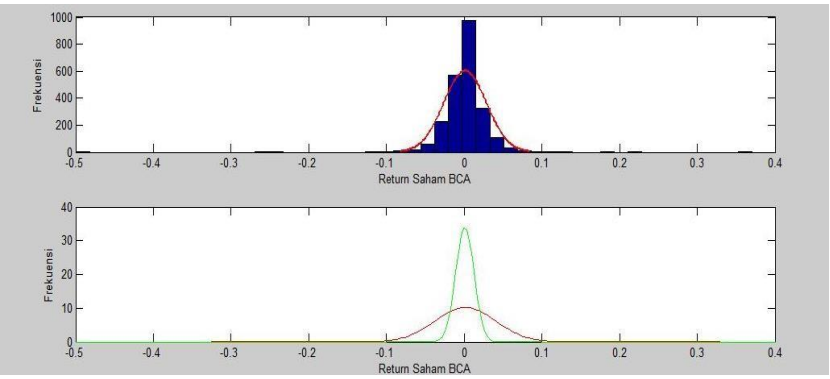
Gambar 4.1 Dugaan Distribusi Pada Return Saham BBCA dan BBNI

Berdasarkan hasil dari gambar 4.1 dapat dilihat nilai p-value untuk menguji dugaan distribusi <0.05 sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa data return saham tidak dapat dimodelkan univariat secara unimodal. Maka digunakan pendekatan dengan model *mixture* normal dengan banyaknya komponen ditentukan sebanyak dua.

4.3 Deskriptif Statistik Return Masing-Masing Saham Bank Berdasarkan Komponen Penyusun

4.4.1 Deskripsi Statistik Return Saham BBCA

Berikut adalah histogram dan plot return saham BCA dengan 2 komponen penyusun. Terdapat 2 grafik yang menunjukkan pembagian data return saham BBCA kedalam dua kelompok sesuai dengan nilai mean dan standar deviasinya.



Setelah membagi return saham menjadi dua komponen penyusun, maka langkah selanjutnya adalah melakukan analisis deskriptif terhadap return saham BBCA.

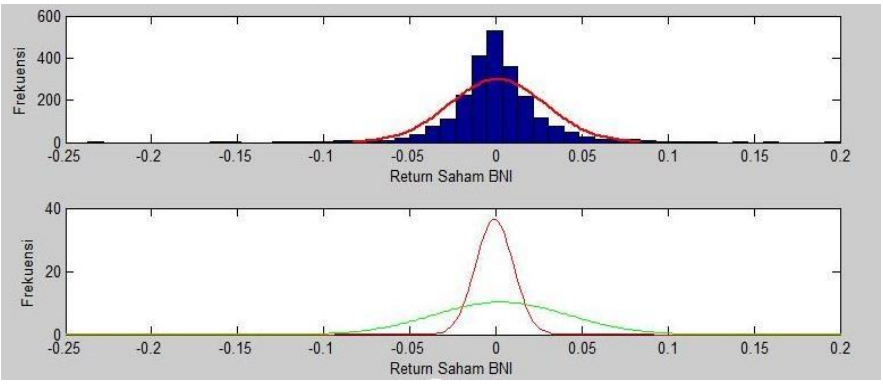
Tabel 4.2 Deskriptif Statistik Return Saham BBCA dengan 2 komponen

BCA dengan 2 Komponen	N	Mean	St.Dev
1	57	0.0014	0.0391
2	2292	0.0009	0.0117

Dalam tabel 4.2 dapat dilihat sebanyak 57 data masuk kedalam komponen 1 dengan mean sebesar 0.0014 dan standar deviasi sebesar 0.0391. Dan sebanyak 2292 data masuk kedalam komponen 2 dengan mean sebesar 0.0009 dan standar deviasi sebesar 0.0117.

4.4.2 Deskripsi Statistik Return Saham BBNI

Berikut adalah histogram dan plotreturn saham BBNI dengan 2 komponen penyusun. Terdapat 2 grafik yang menunjukkan pembagian data return saham BBCA kedalam dua kelompok sesuai dengan nilai mean dan nilai standar deviasi.



Setelah membagi return saham menjadi dua komponen peyusun, maka langkah selanjutnya adalah melakukan analisis deskriptif terhadap return saham BBCA.

Tabel 4.3 Deskriptif Statistik Return Saham BBNI dengan 2 komponen

BCA dengan 2 Komponen	N	Mean	St.Dev
1	2052	-0.0008	0.0109
2	297	0.0029	0.0388

Dalam tabel 4.3 dapat dilihat sebanyak 2052 data masuk kedalam komponen 1 dengan mean sebesar -0.0008 dan standar deviasi sebesar 0.0109. Dan sebanyak 297 data masuk kedalam komponen 2 dengan mean sebesar 0.0029 dan standar deviasi sebesar 0.0388.

4.4 Estimasi Parameter Model *Mixture* Saham BBCA Dan BBNI

4.4.1 Estimasi densitas return saham BBCA

Fungsi densitas return saham BBCA adalah sebagai berikut :

( ) ( ) ( ) (4.1)

Dari hasil estimasi parameter model untuk return saham BBCA dengan 2 komponen, menunjukkan bahwa sebaran data terbesar terdapat pada kelompok 2 sebesar 97.675% dan sisanya pada kelompok pertama sebesar 2.4276%.

Dengan,

( ) √ - ( ) / (4.2)

Dan,

( ) √ - ( ) / (4.3)

Setelah mendapatkan nilai untuk dan menggunakan rumus (4.2) dan (4.3), maka langkah selanjutnya adalah mencari mean dan variansi untuk f_mix1 dengan rumus sebagai berikut :

, - ∫ ( )

, - ∫ (4.4)

( ) , - , -

( ) ∫ , - (4.5)

Dengan perhitungan menggunakan matlab, maka mean yang diperoleh untuk adalah 0.0445 dengan variansi sebesar 0.0668.

4.4.2 Estimasi densitas return saham BNI

Fungsi densitas return saham BBNI adalah sebagai berikut :

( ) ( ) ( ) (4.6)

Dari hasil estimasi parameter model untuk return saham BBNI dengan 2 komponen, menunjukkan bahwa sebaran data terbesar terdapat pada kelompok 1 sebesar 87.3935% dan sisanya pada kelompok 2 sebesar 12.6491%.

Dengan,

( ) √ - (( )) / (4.7)

Dan,

( ) √ - ( ) ( ) / (4.8)

Setelah mendapatkan nilai untuk dan menggunakan rumus (4.7) dan (4.8), maka langkah selanjutnya adalah mencari mean dan variansi untuk dengan rumus persamaan (4.4) dan (4.5). Dengan perhitungan menggunakan matlab, maka mean yang diperoleh untuk adalah 0.0017 dengan variansi sebesar 0.0232.

4.5 Estimasi Parameter Model *Mixture* Of *Mixture* Portofolio Dan Analisis Resiko Investasi Saham dalam Portofolio

Setelah melakukan estimasi parameter terhadap masing-masing return saham, maka hal selanjutnya yang dilakukan adalah mengestimasi parameter portofolio.

(4.11)

Karena nilai bobot untuk fmix1 dan fmix2 belum diketahui, maka akan dicari melalui rumus (4.10).

$$, - \quad , -$$

$$\int \quad (\quad) \quad (, - \quad)$$

$$\int \quad (\qquad\qquad) \quad (, - \quad)$$

$$\int \qquad\qquad \int \qquad (, - \quad)$$

(4.14)

Dengan menggunakan teori maksimum dan minimum pada fungsi dua peubah maka akan dilakukan uji turunan parsial pertama dan kedua untuk menguji nilai ekstrim pada fungsi persamaan (4.14).

Turunan pertama terhadap :

Turunan kedua terhadap :

Titik kritis diperoleh dengan menyelesaikan persamaan dari turunan pertama .

Karena nilai telah didapat sebesar , maka resiko yang dihasilkan berdasarkan rumus (4.14) adalah -0.2498413758.

Daftar Pustaka:

[1] Astuti, E. 2006. Implementasi Porotofolio Optimal dengan Bayesian Markov Chain Monte Carlo Menggunakan Model *Mixture* dari Beberapa *Mixture*.Tesis.Surabaya, Indonesia.

[2] Fadila, R. Pendekatan Model *Mixture* pada Optimalisasi Pemodelan Portofolio Saham Perusahaan Telekomunikasi Dengan Menggunakan Bayesian Markov Chain Monte Carlo.

[3] Iriawan, N.Pemodelan *Mixture* of *Mixture* dalam Pemilihan Portofolio. Makalah,hal 2-6.

[4] Iriawan, N., (2001a), Penaksiran Model *Mixture* Normal Univariabel : Suatu Pendekatan Metode Bayesian dengan MCMC, Prosiding Seminar Nasional dan Konferda VII Matematika Wilayah DIY & Jawa Tengah, Yogyakarta, 105-110.

[5] McDonnell, P.J., (2008) Optimal portfolio modeling : models to maximize return and control risk in Excel and R, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

[6] Mills, T. C. (1995) Modeling Skewness and Kurtosis in the London Stock Exchange FT-SE Index Return Distributions, Statistician 44, September, 323-332.

[7] Stephens, M. (1997), Bayesian Methods for *Mixture*s of Normal Distributions, Ph.D. thesis, University of Oxford.

[8] Wati, D. 2006. Analisis Bayesian Markov Chain Monte Carlo Pada Pemodelan *Mixture* Normal Dengan Banyak Komponen Tidak Diketahui.