SIMULASI BIOHEAT TRANSFER UNTUK PERENCANAAN CRYOSURGERY PADA KANKER PARU-PARU

C.W. Fadmawati[1], S.S. Prasetyawati[2], D. Tarwidi[3]
[1,2,3]Prodi Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Telkom University
Jalan Telekomunikasi 1, Dayeuh Kolot Bandung 40257 Indonesia
[1]cw_fadmawati@yahoo.com, [2]wati100175@gmail.com, [3]dede.tarwidi@gmail.com

Abstrak

Pada Tugas Akhir ini akan membahas simulasi pemusnahan sel kanker yang terjadi pada organ paru-paru menggunakan proses cryosurgery. Pemusnahan dilakukan dengan cara mengalirkan cairan nitrogen kemudian akan menyebarkan suhu yang sangat dingin. Distribusi suhu dilakukan dengan menggunakan pengembangan skema numerik Godunov dan metode volume hingga. Persamaan temperatur yang digunakan mengaplikasikan perubahan fase yang melibatkan batas bergerak. Persamaan numerik divalidasi dengan solusi eksak, sehingga memberikan hasil yang akurat dan dapat digunakan pada sistem dua dimensi. Pada analisa ini akan lebih detail pada pengembangan simulasi numerik satu dimensi dan dua dimensi untuk simulasi perpindahan panas. Hasil simulasi berupa gambar yang memberikan infomasi profil temperatur dan posisi interface, sehingga dapat terlihat jelas bagaimana proses cryosurgery dapat terjadi. Dengan simulasi ini diharapkan dapat menentukan waktu optimal dari proses cryosurgery itu sendiri, sehingga dapat mengetahui waktu yang dibutuhkan sedemikian hingga memaksimalkan jaringan kanker dan meminimalkan jaringan sehat disekitar akibat dari proses cryosurgery. Sehingga dengan melihat hasil simulasi, dokter dapat meminimalisasi resiko yang diakibatkan pada proses yang berjalan secara nyata.

Kata Kunci : cryosurgery, perpindahan panas, metode godunov, metode volume hingga.

Abstract

In this final project will discuss the simulated destruction of cancer cells that occurs in the lungs using cryosurgery process. Extermination carried out by flowing liquid nitrogen and then will spread very cold temperatures. The temperature distribution is done by using the numerical Godunov scheme development and methods of volume up. Temperature equation used to apply phase change involving moving boundaries. Validated numerical equations with exact solution, so as to provide accurate results and a decent used in two-dimensional systems. On this analysis will be more detail on the development of the numerical simulation of one-dimensional and two-dimensional simulations of heat transfer. The simulation result is an image that informing the temperature profile and the position of the interface, so it can be seen clearly how the process of cryosurgery may occur. With this simulation is expected to determine the optimal time of cryosurgery process itself, so that it can determine the time required so that maximize the cancerous tissue while minimizing healthy tissue surrounding the result of cryosurgery process. So as to see the results of the simulation, the doctor can minimize the risk posed to the real.

Keywords: cryosurgery, bioheat transfer, Godunov method, finite volume method.

1. Pendahuluan

Penyakit kanker merupakan salah satu penyebab kematian terbesar didunia. Seperti halnya dengan kanker paru-paru yang memiliki tingkat kematian yang tinggi di dunia. Pernyataan ini diperkuat dengan data yang mengatakan bahwa lebih dari 1,3 juta kasus kanker paru-paru dunia telah menyebabkan sekitar 1,1 juta kematian setiap tahunnya. Menurut *World Health Organization* (WHO), pada tahun 2005 tingkat kematian yang diakibatkan oleh kanker diseluruh dunia sebesar 13%, bahkan di Negara Thailand *Insidence Rate* (IR) kanker paru-paru mengalami lebih dari empat kali lipat [8]. Sehingga bukan hal asing lagi jika penyakit kanker paru-paru telah menduduki peringkat keenam sebagai penyebab kematian terbesar di Indonesia setelah masalah kecelakaan lalu lintas, penyakit infeksi, jantung, diare, dan stroke. Peningkatan *Proportional Mortality Rate* (PMR) penyakit kanker di Indonesia dari 3,4% pada tahun 1980 berubah menjadi 6% pada tahun 2001[9].

Dengan ditemukannya berbagai jenis penyakit kanker ini menyebabkan semakin banyak peneliti yang ingin menciptakan pengobatannya. Selama ini ahli kesehatan telah berupaya dalam pengobatan kanker paru-paru dengan pembedahan dan kemoterapi pada saat stadium awal dan kemoradioterapi pada stadium lanjut [10]. Namun, pengobatan tersebut dinilai cukup menakutkan karena penderita mengalami rasa nyeri yang cukup hebat. Sehingga peneliti ingin mengembangkanpengobatan tersebut dengan memanfaatkan kemajuan teknologi dibidang kesehatan.

Sampai saat ini peneliti masih melakukan penelitian terhadap metode *cryosurgery* untuk mengembangkan skema numerik yang secara signifikan dapat mengurangi waktu perpindahan panas. Karena pembedahan *cryosurgery* masih memberikan akibat kurang baik bagi jaringan sehat

yang berada disekitarnya, sehingga pembuatan skema numerik dan perencanaan komputerisasi *cryosurgery* dinilai akan membantu mengoptimalkan durasi perpindahan panas [1]. Proses pendinginan pada *cryosurgery* diindikasikan dengan terjadinya perpindahan panas dari daerah suhu tinggi ke suhu yang lebih rendah dalam jangka waktu tertentu. Dimana semakin cepat pembekuan, maka semakin kecil pula tingkat kerusakan sel jaringan sehat yang rusak akibat proses *cryosurgery*. Pada proses ini terdapat dua jenis zat yang berbeda, yaitu zat padat (*solid*) dan zat cair (*liquid*) yang bergerak selama proses *cryosurgery* berlangsung. Pada penelitian ini penulis akan melakukan analisis untuk menentukan waktu optimal proses *cryosurgery* menggunakan metode volume hingga dengan skema numerik Godunov. Hasil simulasi ini akan diketahui sebelum pembedahan, sehingga dapat mengurangi resiko yang diakibatkan pada proses pembedahan *cryosurgery* secara nyata.

2. Dasar Teori

2.1 Kanker Paru-paru

Kanker paru-paru merupakan penyakit dengn ciri khas adanya pertumbuhan jaringan sel tumor yang tidak terkontrol pada jaringan paru-paru. Bila tidak segera dicegah, maka pertumbuhan jaringan sel tumor akan menyebar ke luar dari paru-paru sehingga jaringan sehat atau organ tubuh lainnya akan dapat tertular oleh penyakit ini [7].

2.2 *Cryosurgery*

Cryosurgery merupakan teknik pengobatan yang menggunakan teknik pembekuan pada jaringan tumor untuk memusnahkan jaringan sel yang rusak [1]. Para ahli menggunakan metode ini pada jaringan hidup, seperti pada manusia dan hewan dengan bantuan alat khusus bernama *cryoprobe* yang digunakan untuk menyuntikkan nitrogen cair kedalam jaringan tumor. Cairan tersebut akan beraksi membekukan jaringan hingga kering dan mati, hal ini terjadi karena sel yang dibekukan mengalami kekurangan darah dan oksigen.

Walaupun banyak manfaatnya, bukan berarti pengobatan dengan *cryosurgery* bebas dari resiko. Efek samping yang diberikan *cryosurgery* tetap ada, bahkan bila terjadi kegagalan multiorgan (*cryoshock*) dalam operasi dapat berakibat fatal. Oleh karena itu diperlukan simulasi untuk meminimalkan resiko yang terjadi pada proses nyata. Maka perlu menyimulasikan proses sebelum proses *cryosurgery* berlangsung untuk mengurangi resiko tersebut [7].

Cryosurgery tidak dapat diaplikasikan secara efisien jika tidak menggunakan alat yang canggih. Salah satu contoh alat yang digunakan adalah compute tomography (CT) atau magnetic resonance imaging (MRI). Kedua alat ini digunakan untuk mngontrol jalnnya *cryosurgery* secara langsung [8]. Proses simulasi ini diperlukan untuk memprediksi proses *cryosurgery* agar pada proses nyata menjadi efektif dan efisien.

2.3 *Transfer Bio Heat*

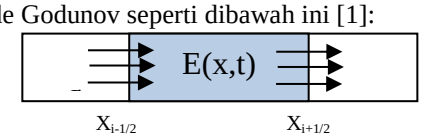
Pada pemodelan panas didalam tubuh dapat ditentukan menggunakan persamaan *transfer bioheat* untuk jaringan hidup. Pemodelan panas merupakan *predictor* untuk melihat keefektifan suhu panas yang telah ditingkatkan dengan menghitung suhu yang ada didalam tubuh setelah dalam kondisi optimal. Adapun persamaan *transfer bioheat* yaitu sebagai berikut [2].

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla\left(k\nabla T\right) + \omega_b C_b\left(Tb - T\right) + q_{met} \qquad (2.1)$$

Persamaan diatas merupakan pengaruh *transfer* panas akibat aliran darah.. Pada proses *cryosurgery* akan dilakukan pendinginan jaringan tumor secara berulang-ulang hingga mencapai suhu tertentu untuk mematikan sel kanker [7]. Interval suhu yang diberikan hanya asumsi saja untuk keperluan simulasi. Pada kasus ini diilustrasikan bahwa pada daerah yang telah dibekukan akan mengalami perbedaan suhu, energi panas akan mengalir dan akan mengakibatkan perubahan fase.

2.4 Metode Godunov

Metode Godunov merupakan salah satu skema numerik konservatif yang digunakan untuk menghasilkan persamaan baru agar didalam perhitungan dapat mendekati solusi eksaknya. Metode ini dikembangkan untuk menyelesaikan hukum persamaan non linear. Pada kasus yang dibahas disini merupakan kasus perubahan wujud cair dan padat, dimana posisi *interface* akan selalu bergerak sehingga batas domain untuk masing-masing wujud zat tidak dapat diketahui. Untuk mempermudah perhitungan, maka konduksi panas sebaiknya diformulasikan kedalam persamaan energi. Kemudian untuk diskritisasinya dapat menggunakan metode Godunov seperti dibawah ini [1]:



Gambar 2.1 Fluks aliran panas yang melewati $x_{i-1/2}$ dan $x_{i+1/2}$

Pada gambar diatas mendeskripsikan fluks aliran panas pada posisi x saat t atau dapat ditulis dengan $q\left(x,t\right)$ dan $E\left(x,t\right)$ merupakan entalpi per satuan panjang pada posisi x saat t, dengan c_L dan c_S adalah konstan. Nilai dari Entalpi (E) merupakan hasil penjumlahan dari s*ensible heat* dan kalor laten dalam *liquid*.

Untuk c_L dan c_S konstan dapat ditunjukkan kedalam persamaan sebagai berikut:

$$E(x,t) = \begin{cases} \rho c_S(T(x,t) - T_m), & T(x,t) < T_m, \quad (solid), \\ \rho c_L(T(x,t) - T_m) + \rho L, & T(x,t) > T_m, \quad (liquid). \end{cases} \qquad (2.2)$$

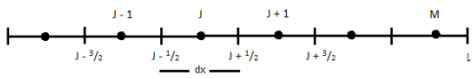
atau dapat dituliskan dalam bentuk fungsi temperatur sebagai berikut [1]:

$$T(x,t) = \begin{cases} T_m + \dfrac{E(x,t)}{\rho c_S}, & E(x,t) \le 0 \quad (solid), \\ T_m, & 0 < E(x,t) < \rho L \quad (interface), \\ T_m + \dfrac{E(x,t) - \rho L}{\rho c_L}, & E(x,t) \ge 0 \quad (liquid), \end{cases} \qquad (2.3)$$

Dengan mengasumsikan untuk $\rho_S = \rho_L$ adalah konstan, maka tidak akan terjadi ekspansi volume dalam proses ini.

2.5 Metode Volume Hingga

Penyelesaian dengan metode numerik tidaklah mudah karena jaringan didalam tubuh selalu bergerak. Perlu memformulasikan persamaan konduksi panas ke dalam suatu bentuk persamaan lain. Salah satu penggunaan metode volume hingga adalah untuk membagi domain menjadi beberapa bagian yang berbentuk persegi, dimana setiap persegi tersebut merupakan satu kontrol volume. Setiap grid yang menandakan terjadinya perubahan antara fase *solid* dan *liquid* dihubungkan dengan persamaan konservasi fluks panas yang diserap [4].



Gambar 2.2 Volume Hingga 1 Dimensi

Dari gambar terlihat bagaimana suatu volume domain suatu material dibagi menjadi beberapa bagian (M), dimana setiap bagian tersebut merupakan kontrol volume volume $V_i = \left[x_{i-1/2} - x_{i+1/2}\right]$. Setiap kontrol volume dilakukan perhitungan terhadap perubahan energi, sehingga untuk setiap bagian harus diketahui besar fluks yang melewati batas $x_{i-1/2}$ dan $x_{i+1/2}$.

Dengan begitu, V_i harus dikaitkan dengan x_i dan akan diperoleh persamaan sebagai berikut ini [4]:

$$x_{i-1/2} = x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, \quad x_{i+1/2} = x_i + \frac{\Delta x_i}{2}, \qquad (2.4)$$

2.5.1 Diskritisasi Persamaan Entalpi

Diskritisasi merupakan suatu proses untuk membagi domain menjadi beberapa bagian (M) yang dapat disebut juga dengan kontrol volume (CV). Setiap kontrol volume akan dilihat bagaimana pengaruh posisi (x) dan waktu (t) terhadap laju energi nantinya. Diasumsikan bahwa selang waktu Δt adalah kecil, sehingga fluks panas akan bernilai konstan dan mendekati fluks panas pada waktu intermediate antara t_n dan t_{n+1} pada selang tersebut, sehingga akan menghasilkan skema baru yaitu[1]:

$$E_i^{n+1} = E_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x}[\mathrm{q}_{i-1/2}^n - \mathrm{q}_{i+1/2}^n] \qquad (2.6)$$

Karena memperhitungkan adanya perubahan nilai dari perpindahan panas akibat aliran darah dan suhu dalam tubuh, maka persamaan perpindahan panas didalam tubuh juga diperhitungkan. Sehingga akan didapatkan persamaan sebagai berikut:

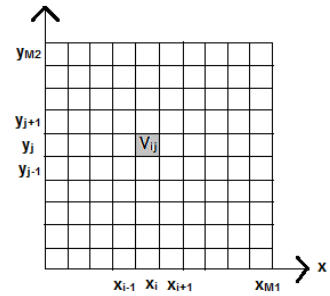
$$E_i^{n+1} = E_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x}[q_{i-1/2}^n, q_{i+1/2}^n] + w_b c_b (T_b - T_i) + q_{met} \qquad (2.8)$$

Nilai kalor dipengaruhi dengan adanya konduksi panas yang melaluinya. Hukum Fourier digunakan untuk menghitung nilai fluks masuk dan fluks keluar. Sedangkan untuk menghitung fluks yang melewati batas $x_{i-1/2}$ dan $x_{i+1/2}$ berdasarkan metode volume hingga adalah sebagai berikut [1]:

$$\mathrm{q}_{i-1/2} = -\frac{T_i - T_{i-1}}{R_{i-1/2}}, \text{ dan, } R_{i-1/2} = \frac{1}{2}\Delta x\left(\frac{1}{k_{i-1}} + \frac{1}{k_i}\right). \qquad (2.10)$$

2.5.2 Metode Godunov Dua Dimensi

Dengan mengembangkan persamaan yang dikembangkan dari persamaan Godunov satu dimensi, domain akan didiskritisasi pada sumbu x dan y. Misalkan pada selang $[0, l_1]$ dan $[0, l_2]$ masing-masing dapat direpresentasikan pada *subinterval* M_1 dan M_2, maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut:



Gambar 2.3 Skema Metode Godunov

Pada gambar 2.3 dideskripsikan bahwa terdapat 2 interval yaitu pada selang $0 \le x \le l_1$ dan $0 \le x \le l_2$ dengan kontrol volume $V_{i,j}$ dan (x_i, y_j) adalah titik koordinat, dimana $V_{i,j} = \left[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}\right] \times \left[y_{j-1/2}, y_{j+1/2}\right]$. Berdasarkan interval tersebut, maka lama waktu proses pembekuan akan dapat ditunjukkan melalui setiap titik grid yang berada dalam interval. Interval waktu maksimum ditunjukkan dalam persamaan berikut [2]:

$$\Delta t \le \frac{1}{2}\frac{(\Delta x)^2}{max\left(\frac{k_S}{\rho c_S}, \frac{k_L}{\rho c_L}\right)} \qquad (2.11)$$

Syarat diatas merupakan syarat kestabilan persamaan panas pada umumnya. Dari persamaan tersebut akan diketahui lama waktu perluasan pembekuan jaringan. Dengan menggunakan metode volume hingga, maka akan dapat ditentukan persamaan *eksplisit* sebagai berikut:

$$E_{i,j}^{n+1} = E_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x}[q_{i-1/2j}^n - q_{i+1/2j}^n] + \frac{\Delta t}{\Delta y}[q_{i,j-1/2}^n - q_{ij-1/2}^n] + w_b c_b (T_b - T_{i,j}) + q_{met} \qquad (2.12)$$

Dimana $q_{ij+1/2}$ merepresentasikan fluks panas yang melewati batas Δy dan $q_{ij+1/2}$ merepresentasikan fluks panas yang melewati batas Δx.

Dalam perhitungan fluks dan energi panas sama dengan sistem satu dimensi, hanya saja pada kasus dua dimensi harus mencari fluks panas secara lebih melebar yaitu dengan mencari terlebih dahulu kalor yang melewati dari sisi kiri, hal ini dapat diselesaikan dengan persamaan[2]:

$$q^n_{i-1/2j} = -\frac{T^n_{ij} - T^n_{i-1j}}{R_{i-1/2j}}, \text{ dan } R_{i-1/2j} = \left(\frac{1/2\Delta x_{i-1}}{k_{i-1j}} + \frac{1/2\Delta x_i}{k_{ij}}\right). \quad (2.13)$$

Kemudian menghitung fluks panas yang melewati batas kanan, atas, dan bawah dengan persamaan yang sama.

2.6 Solusi Analitik

Solusi analitik merupakan persamaan yang dapat digunakan untuk melihat perbedaan hasil atau untuk melihat keakuratan sebuah persamaan numerik yang dibentuk. Solusi analitik untuk permasalahan densitas pada kondisi semi-infinite domain $x \geq 0$ dapat diperoleh dengan menggunakan *similarity variable* $\xi = x/\sqrt{t}$. Kemudian ditentukan solusi dalam bentuk $T(x,t) = Fs(\xi)$ dalam daerah solid dan $T(x,t) = Fl(\xi)$ dengan nilai $\sqrt{t}$ adalah sama, sehingga perlu ditentukan besar α yang memenuhi $X(\mathrm{t}) = \alpha\sqrt{t}$. Posisi interface dimulai dari x=0 dan pada domain $0 < x < l$ mempunyai temperatur $T_L < T_M$, sehingga pada syarat ini dapat dituliskan seperti berikut:

$$T(x,0) = T_L > T_M,\ T_x(\mathrm{l},\mathrm{t}) = 0,\ X(0) = 0$$

Pada saat x=0 diberikan temperatur $T_s < T_M$ sedangkan pada x=l diisolasi, sehingga tidak ada transfer panas yang mengalir. Dengan begitu syarat batas dapat diberikan seperti berikut:

$$T(0,\mathrm{t}) = T_S > T_M,\ T_x(\mathrm{l},\mathrm{t}) = 0,\ X(0) = 0$$

Sehingga didapatkan solusi analitik sebagai berikut [9]:

$$T(x_{i+1}) = \begin{cases} T_s + (\mathrm{T_m} - \mathrm{T_s})\dfrac{erf\left(\dfrac{x}{2\sqrt{\alpha_s t\Delta t}}\right)}{erf(\lambda)}, 0 < x \leq X(t), t > 0, (\text{solid}) \\ T_L - (\mathrm{T}_L - \mathrm{T}_m)\dfrac{erfc\left(\dfrac{x}{2\sqrt{\alpha_L t\Delta t}}\right)}{erfc\left(\lambda\left(\dfrac{\sqrt{\alpha_s}}{\alpha_l}\right)\right)}, x > X(t), t > 0, (\text{liquid}) \end{cases}$$

dimana,

$$\alpha_s = \frac{k_s}{\rho c_s}, \alpha_L = \frac{k_L}{\rho c_L}, \mu = \frac{\rho_s}{\rho_L}, \nu = \sqrt{\frac{\alpha_s}{\alpha_L}}, dan X(t) = 2\lambda\sqrt{\alpha_s t}. \quad (2.16)$$

dengan nilai parameter lambda (λ) merupakan persamaan *transcendental* [9]:

$$\frac{St_s}{\exp(\lambda^2)erf(\lambda)} - \frac{St_L}{\exp(\nu^2\lambda^2)erfc(\nu\lambda)} = \lambda\sqrt{\pi}, \quad (2.17)$$

dengan nilai,

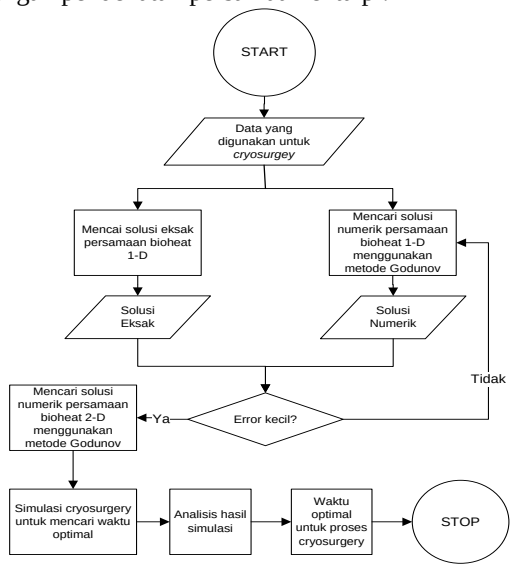
$$\mathrm{St}_s = \frac{c_s(T_m - T_s)}{L}, \text{dan } \mathrm{St}_L = \frac{c_L(T_L - T_m)}{L}. \quad (2.18)$$

Sehingga dapat digunakan tebakan awal hasil penurunan persamaan (2.17), yaitu persamaan sebagai berikut ini [9]:

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(-\frac{stl}{v\sqrt{\pi} + \sqrt{2sts + stl/v\sqrt{\pi}}}\right). \quad (2.19)$$

3. Perancangan Sistem

Pada tugas akhir ini akan dihasilkan model persamaan matematika untuk memprediksi waktu optimal dari proses *cryosurgery*. Proses ini meliputi beberapa target yang harus dipenuhi agar perencanaan dapat berjalan lancar dan menghasilkan nilai yang akurat. Model matematika digunakan untuk menghitung besar kalor, jumlah energi, dan distribusi suhu per satuan panjang pada posisi x saat t dengan nilai parameter lainnya yang telah diketahui. Pada proses pencarian solusi matematika menggunakan metode numerik volume hingga dengan skema numerik Godunov dan perubahan suhu dilakukan dengan pendekatan persamaan entalpi.



Gambar 3.1 Diagram Alur Perencanaan

3.1 Penjelasan Alur Diagram

Pada proses penentuan waktu optimal ini akan menggunakan metode volume hingga dengan skema numerik Godunov. Skema perhitungannya dibagi menjadi 2, yaitu solusi numerik dan solusi eksak yang keduanya menggunakan metode volume hingga. Jika nilai solusi numerik mendekati dengan nilai solusi eksaknya, maka nilai error yang dihasilkan adalah kecil. Sehingga akan dilajutkan pada tahap berikutnya yaitu menyelesaikan persamaan dengan menggunakan metode volume hingga dengan solusi Godunov untuk 2 dimensi. Jika dari hasil perhitungan mendapatkan error yang masih besar, maka perhitungan akan diulangi hingga perhitungan memiliki error yang relatif kecil.

Proses untuk menghasilkan model persamaan matematika akan dilakukan melalui beberapa tahap, tahap pertama yaitu menentukan bagian inti dari proses pembekuan sel tumor. Pada tahap ini dilakukan pemilihan parameter yang diperlukan. Tahap selanjutnya adalah prediksi model, proses ini dilakukan dengan memanfaatkan metode yang digunakan dengan berbagai modifikasi pada persamaan. Dan tahap yang terakhir adalah validasi model, pada tahap ini dilakukan pengujian model dengan menghitung akurasi.

3.1.1 Solusi Numerik 1 Dimensi

Solusi numerik digunakan untuk mencari nilai yang menunjukkan bagaimana keadaan material (air) dapat berubah wujud menjadi keadaan *solid* dan *liquid*. Dengan menggunakan parameter $c_S, c_L, k_S, k_L, T_m, T_S, T_L,\ L\ dan\ \rho$ yang diasumsikan bernilai konstan, maka menghasilkan data posisi *interface* dan distribusi suhu, yang nantinya akan menjadi acuan perbandingan dengan solusi numerik volume hingga. Distribusi suhu akan dipengaruhi oleh batas energi yang telah ditentukan untuk memisahkan daerah *solid* dan *liquid*. Pada tahap ini akan dilakukan perhitungan dengan menggunakan persamaan (2.8) dan fungsi batas yang digunakan terdapat pada persamaan (2.4).

3.1.2 Solusi Eksak 1 Dimensi

Pada langkah ini tidak begitu berbeda dengan langkah solusi numerik, hanya saja langkah perhitungan solusi eksak menggunakan parameter lambda (λ) dimana nilai (λ) diperoleh dari hasil iterasi Newton Raphson. Pada perhitungan persamaan ini nantinya juga akan menghasilkan data posisi *interface* dan distribusi suhu, sehingga dapat dijadikan acuan untuk mencari nilai akurasi dari solusi numerik.

3.1.3 Validasi Model

Pada tahapan ini akan dilakukan prose validasi model dengan menghitung error. Nilai error dapat diketahui berdasarkan selisih perhitungan distribusi suhu yang dihasilkan dari solusi eksak dengan solusi numerik. Jika nilai error kecil, yaitu $\leq$ 5%, maka skema numerik dapat dikatakan baik sehingga dapat digunakan untuk simulasi 2 dimensi.

3.1.4 Solusi Numerik Godunov 2 Dimensi

Pada langkah ini dijelaskan proses diskritisasi yaitu dengan membagi menjadi beberapa daerah yang disebut sebagai kontrol volume. Pada dasarnya sama dengan sistem 1 dimensi, hanya saja pada sistem 2 dimensi dilakukan terhadap 2 sumbu (x,y). Ditentukan pula bagaimana persamaan waktu berdasarkan dengan perubahan suhu setiap titik grid dengan *interface* yang bergerak sehingga menghasilkan perubahan waktu mengikuti pergerakannya. Pada tahap ini akan dilakukan perhitungan dengan menggunakan persamaan (2.12).

3.1.5 Penerapan Metode Volume Hingga

Pada pencarian solusi menggunakan metode volume hingga 1 dimensi hampir sama dengan penyelesaian metode volume hingga 2 dimensi, hanya saja pada akhir penyelesaian terdapat sedikit perbedaan. Dasar dari setiap skema dari metode volume hingga dapat dirunut dari deret Taylor. Pada skema maju informasi titik hitung i dihubungkan dengan informasi pada titik hitung $i+1$ yang berada didepannya. Begitu dengan sebaliknya, pada skema mundur informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan informasi pada titik hitung $i-1$ yang berada dibelakangnya.

3.1.6 Simulasi

Setelah diperoleh hasil analisis dan akurasi yang besar, maka tahap selanjutnya adalah implementasi simulasi distribusi suhu pada *cryosurgery* untuk membantu dalam mengamati dan mengontrol proses *cryosurgery*. Simulasi berupa hasil plotting sistem 2 dimensi, kemudian simulasi ini akan dilakukan pada alat canggih yang bertujuan untuk mengurangi resiko yang diakibatkan dari proses *cryosurgery* pada dunia nyata nantinya.

3.2 Skenario Pengujian Sistem

3.2.1 Implementasi Sistem

Simulasi distribusi suhu menggunakan beberapa pendekatan dari persamaan matematika. Untuk menentukan solusi baik numerik maupun eksak digunakan *software* Codeblock untuk memudahkan proses diskritisasi dan *software* Gnuplot untuk memudahkan proses *plotting*. Sedangkan untuk membantu visualisasi simulasi, digunakan video untuk membantu menunjukkan gambaran secara keseluuhan proses *cryosurgery*.

3.2.2 Skenario Proses Analisa

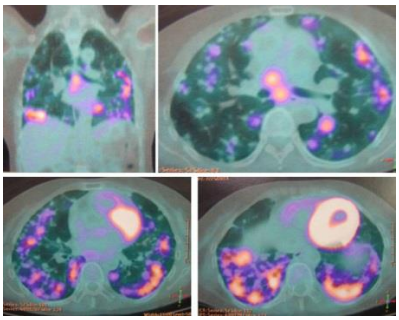
Pada tahap pengujian kasus ini terdapat beberapa skenario uji yang masing-masing dilakukan untuk mendapatkan hasil untuk dapat dianalisa nantinya.

3.2.3 Skenario Pengujian Parameter

Proses pendiskritisasian domain dilakukan dengan melakukan beberapa kali pengujian, yaitu dengan melihat bagaimana pengaruh besar kecilnya nilai panjang penampang (Δx) terhadap waktu (Δt).

3.2.4 Skenario Pembangunan Domain

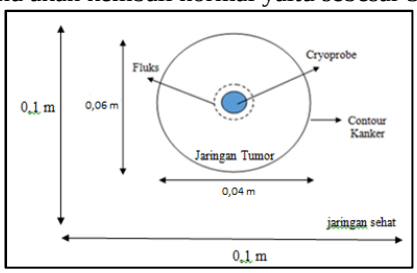
Pembangunan domain pada sistem dua dimensi dari proses *cryosurgery* ini mengacu kepada jurnal penelitian yang telah dilakukan oleh Michael R. Rossi, dkk [7]. Jurnal tersebut menjelaskan bahwa data yang digunakan merupakan hasil dari CT Scan (Computed Termography Scanning). Data tersebut berupa gambar tiga dimensi yang telah diproyeksikan menjadi gambar dua dimensi untuk mempermudah proses analisa. Dalam simulasi proses *cryosurgery* kanker paru yang dilakukan pada tugas akhir inipun mengacu kepada data gambar dua dimensi tersebut. Baik untuk pembangunan domain, letak *cryoprobe*, dan bentuk sel kanker dibentuk serupa dengan gambar dua dimensi.



Gambar 3.3 Kanker paru-paru menggunakan *CT Scan*

Memperlihatkan bahwa proses *cryosurgery* dimulai dengan menyuntikkan cairan nitrogen. Dari gambar diatas dapat diambil gambar hasil CT Scan seperti gambar dibawah ini. Berdasarkan gambar CT Scan diatas memperlihatkan adanya sel kanker yang ditunjukkan dengan warna menyala seperti api. Dari gambar 3.3 dapat dibuat gambar sederhana yang merepresentasikan sel kanker terhadap *cryoprobe*. Pada gambar akan dijelaskan mengenai satu sel kanker yang dilakukan penyuntikkan sebanyak 10 titik penyuntikan.

Diasumsikan bahwa suhu dalam darah baik sel kanker dan sel sehat memiliki suhu yang sama, yaitu sebesar 37°C. Proses penyuntikan dilakukan tepat pada sel kanker melalui *cryoprobe* berdiameter 0,003m dengan *cryoprobe* yang dimisalkan berbentuk lingkaran. Pada setiap lingkaran tersebut dialiri cairan nitrogen sehingga lingkaran akan menghasilkan batu Kristal, sedangkan disekitar batu kristal juga akan mengalami perubahan suhu. Namun karena adanya fluks masuk dan fluks keluar, maka semakin lama suhu dingin akan berkurang. Sehingga nilai suhu akan kembali normal yaitu sebesar 37°C.



Gambar 3.6 Deskripsi proses *cryosurgery*

Pada gambar 3.6 dimisalkan domain yang akan dikaji adalah berukuran $0 \leq x \leq 0{,}1$m dengan bagian $0 \leq x \leq 0{,}04$m merupakan jaringan sel kanker, sedangkan sisanya merupakan jaringan sel sehat. Cairan nitrogen bersuhu -200°C disuntikkan tepat pada sel kanker menggunakan *cryoprobe* berdiameter 0.003m. Akibatnya adalah suhu disekitar *cryoprobe* akan berubah dan membekukan sel-sel kanker hingga sel tersebut mati. *Cryoprobe* diletakkan dengan tepat, sehingga suhu yang disebarkan akan mendekati suhu normal tepat pada garis pembatas antara sel kanker dan sel sehat. Sehingga sel sehat tetap pada kondisi normal.

Pada dasarnya semakin banyak *cryoprobe*, maka akan semakin cepat pula proses pembekuan, sehingga waktu yang diperlukan akan semakin cepat. Data yang dihasilkan berupa titik dari sumbu x dan sumbu y yang memperlihatkan informasi *profil temperature* pada setiap titiknya. Data yang ditampilkan pada lampiran menunjukkan bahwa proses pendinginan hanya terjadi disekitar titik yang dialiri nitrogen. Kemudian semakin lama proses penyebaran suhu dingin akan berkurang dan mendekati suhu normal yaitu 37°C. Hal ini dapat membenarkan asumsi dan menjadi acuan dalam penentuan waktu yang tepat dalam penghancuran sel kanker.

3.2.5 Skenario Visualisasi Distribusi Suhu

Visualisasi berupa gambar diperoleh dari hasil plotting data pada sistem dua dimensi. Visualisasi ditampilkan dalam sebuah video yang menjelaskan bagaimana proses pembekuan yang terjadi pada setiap perubahan waktu dalam setiap detiknya. Dari video tersebut akan terlihat perubahan warna akibat penyebaran suhu.

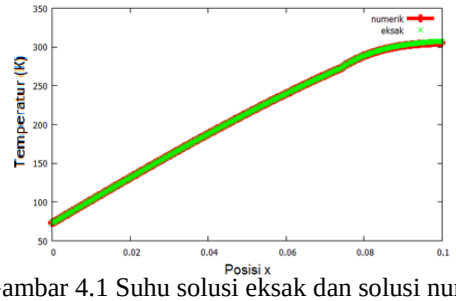
4. Hasil dan Analisis

4.1 Solusi Numerik dan Solusi Eksak 1 Dimensi

Hasil pengembangan dan simulasi yang telah dilakukan dapat dianalisis pada setiap skenario pengujiannya.

4.1.1 Laju Suhu Terhadap Posisi

Pada proses diskritisasi panjang domain telah dibagi menjadi beberapa sel dalam waktu yang sama. Dari hasil plotting solusi numerik 1 dimensi dan solusi eksak 1 dimensi dibandingkan untuk mengetahui jumlah errornya. Untuk dapat menyelesaikan persamaan numerik 1 dimensi digunakan beberapa parameter awal, yaitu suhu dalam darah (Tl) sebesar 37 ^{o}C atau sama dengan 310 K dan asumsi parameter lainnya yang dianggap konstan dengan nilai sebagai berikut:



Gambar 4.1 Suhu solusi eksak dan solusi numerik

Pada gambar 4.1 menjelaskan bahwa perbandingan distribusi suhu dengan waktu sama yaitu t=52 menit yang dilakukan pada masing-masing panjang domain yang berbeda, yaitu dengan nilai $\Delta x = l/512$. Grafik menunjukkan bahwa poses pendinginan sedang merambat menuju titik maksimum. Gambar 4.1 menunjukkan posisi interface menurut solusi eksak dan solusi numerik menggunakan metode volume hingga. Grafik tersebut memberikan informasi bahwa semakin banyak grid yang digunakan, maka interface hasil solusi numerik akan semakin mendekati solusi eksaknya, sehingga error yang dihasilkanpun akan semakin kecil.

Dalam proses *cryosurgery*, informasi posisi interface sangat diperlukan untuk dapat menyimulasikan dengan jelas bagaimana perubahan suhu fase, yaitu dari wujud zat cair yang membeku akibat adanya cairan nitrogen bersuhu (-200 ^{o}C). Cairan nitrogen inilah yang akan memusnahkan jaringan tumor. Pada gambar diatas menunjukkan bahwa bertambahnya jumlah grid tidak menghasilkan perbedaan posisi yang cukup mencolok disekitar interface, bahkan semakin banyak grid solusi numerik semakin mendekati solusi eksak. Hal ini

membuktikan bahwa solusi numerik telah konvergen terhadap solusi eksak.

4.1.2 Analisis Validasi Data

Pengujian data dilakukan dengan menghitung nilai error antara solusi numerik dengan solusi eksak. Error menunjukkan adanya perbedaan distribusi suhu pada kedua data tersebut.

Pada tahap validasi model persamaan perhitungan error mengacu pada persamaan analitik dari pendinginan wujud zat. Dari grafik yang ditampilkan terlihat bahwa terdapat error relatif besar pada posisi tertentu, hal ini terjadi karena pada posisi tersebut sedang terjadi perubahan fase. Solusi numerik memang masih kurang akurat pada daerah tersebut, salah satu penyebabnya adalah nilai parameter ρ rata-rata pada interface belum menjamin fluks panas pada posisi interface kontinu. Hal ini dikarenakan implementasi pada metode numerik menggunakan domain terbatas, sedangkan pada solusi eksak menggunakan domain semi tak hingga.

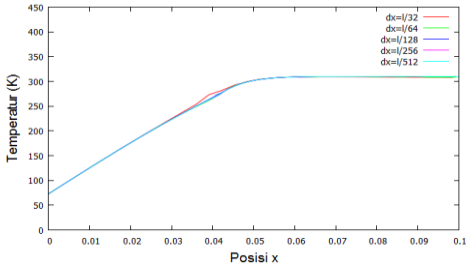
Tabel 4.2 Rata-rata error relatif

Δx	Error (%)
l/32	0.339433
l/64	0.160555
l/128	0.090177
l/256	0.045264
l/512	0.002547

Dari tabel 4.2 menunjukkan bahwa nilai error akan berkurang seiring dengan perubahan nilai Δx. Dari 5 percobaan didapatkan nilai error yang semakin kecil seiring dengan semakin banyaknya jumlah grid yang digunakan. Nilai error relatif kecil yaitu 0.002547%. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa data hasil perhitungan menggunakan solusi numerik 1 dimensi dapat digunakan untuk simulasi *cryosurgery* pada sistem 2 dimensi.

4.1.3 Hubungan Suhu Terhadap Waktu

Untuk mengetahui laju suhu dilakukan pengujian sebanyak 5 kali dengan nilai grid yang berbeda, setiap percobaan dilakukan dengan lama waktu yang sama yaitu pada saat t=52 menit. Berdasarkan perhitungan lama waktu yang diperluan untuk mencapai titik beku adalah sebagai berikut :

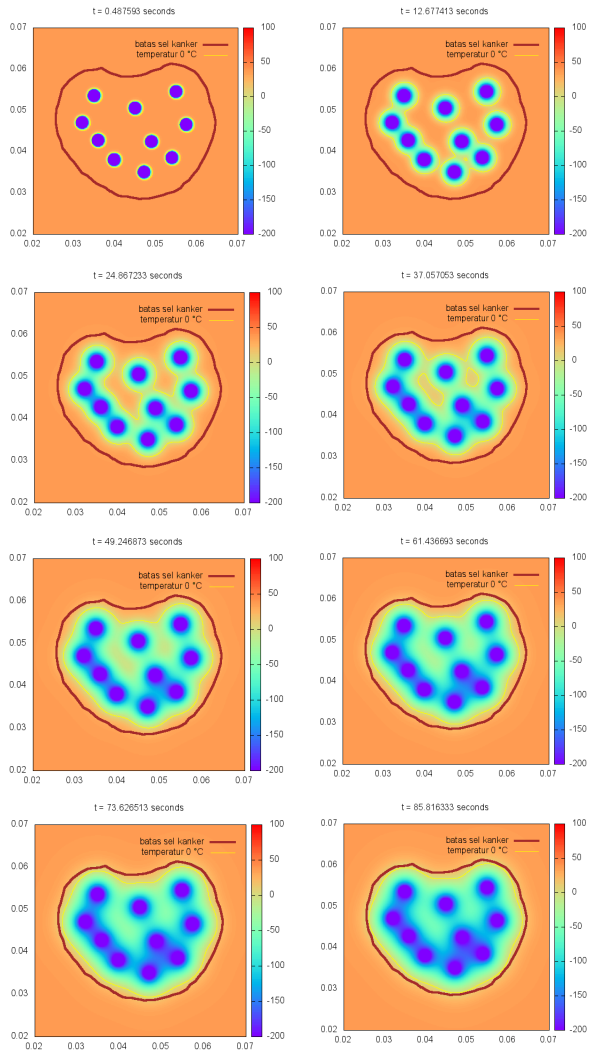


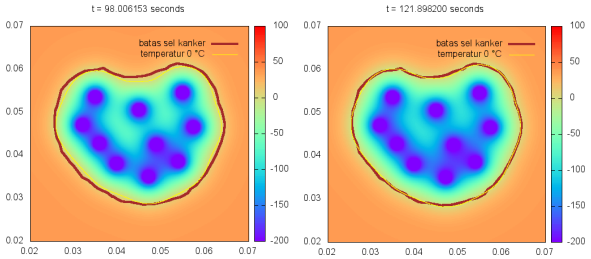
Gambar 4.3 Temperatur berdasarkan kecepatan

Laju peningkatan suhu berbanding lurus dengan panjang domain. Jika semakin besar jumlah grid yang digunakan, maka peningkatan suhu akan berlangsung semakin lambat untuk merambatkan kalor hingga mencapai titik maksimum, karena setiap grid akan dihitung besar kalornya. Peningkatan suhu setiap detiknya akan meningkat hingga mengalami staknasi pada titik beku air. Staknansi terjadi karena selang waktu (Δt) pada proses pembekuan cukup kecil, sehingga suhu akan menjadi konstan dan mendekati panas pada waktu intermediate di selang tersebut. Proses staknansi pada besar energi diperlukan agar proses pembekuan dapat kita atur sesuai dengan kebutuhan, sehingga tidak merusak jaringan sehat disekitarnya.

4.2 Hasil Simulasi Cryosurgery 2 Dimensi

Penyebaran suhu akibat proses *cryosurgery* disimulasikan kedalam bentuk video, sehingga terlihat jelas bagaimana penyebaran suhu dingin pada setiap waktunya hingga suhu tersebut berhenti menyebar. Proses simulasi mendeskripsikan bahwa suatu sel kanker dialiri cairan nitrogen melalui suntikkan yang dilakukan sebanyak 10 titik penyuntikan. Kemudian proses pembekuan mulai terjadi pada saat t=0 detik hingga mencapai waktu yang optimal pada saat t= 121.898200 detik. Pada simulasi yang dijelaskan disini menggunakan jumlah grid sebanyak 1024, sehingga *contour* yang dihasilkan terihat cukup halus.





Gambar 4.10 Profil temperatur dan posisi interface terhadap kanker paru selama proses pembekuan

Gambar 4.10 mengilustrasikan bahwa lingkaran berwarna biru tua merupakan cairan nitrogen dengan suhu -200 ^{o}C yang telah dialirkan pada sel kanker. Kemudian suhu dingin nitrogen akan menyebar pada daerah disekitarnya, dalam penyebaran suhu tersebut terdapat konservasi energi yang mengakibatkan suhu akan mengalami perubahan nilai. Suhu dingin yang pada mulanya bernilai -200 ^{o}C akan terus berubah hingga mencapai 0 ^{o}C. Proses penyebaran suhu akan terus melebar hingga menempel pada *contour* merah tebal yang merupakan batas sel kanker, sedangkan garis hitam tipis merupakan tanda bahwa pada posisi tersebut suhu telah hilang (0 ^{o}C) dan setelah suhu mencapai 0°C tidak akan terjadi lagi pemusnahan sel kanker, karena sel kanker hanya akan musnah pada suhu -30 ^{o}C hingga -20 ^{o}C. Proses hilangnya energi dapat terjadi akibat adanya suhu panas yang tersimpan didalam tubuh yang mengakibatkan suhu dingin akan hilang dan terus meningkat menuju 37°C. Pada simulasi yang ditunjukkan oleh gambar 4.10 menjelaskan bahwa pemusnahan sel kanker telah optimal dengan waktu 121, 898 detik tanpa merusak sel sehat disekitarnya, hal ini ditunjukkan dengan besar suhu yang disebarkan akan tepat habis pada saat contour 0 ^{o}C menyentuh batas sel kanker.

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengujian dan analisa yang telah dilakukan pada peneleitian Tugas Akhir ini, maka dapat didapatkan kesimpulkan bahwa:

a. Dengan melihat pola penyebaran suhu yang dihasilkan dari beberapa skenario, menunjukan bahwa solusi numerik dapat diterapkan pada sistem satu dimensi dan dua dimensi.
b. Pada permasalahan penyebaran panas satu dimensi menggunakan metode Godunov menunjukan bahwa nilai distribusi suhu yang dihasilkan mendekati hasil solusi eksaknya, yaitu dengan nilai error relatif 0.00244%.
c. Hasil simulasi dua dimensi berupa profil temperatur yang merupakan informasi penting dalam mengontrol proses cryosurgery. Dengan demikian dapat dilakukan pengontrolan waktu agar dapat memusnahkan seluruh jaringan sel kanker dan meminimalkan kerusakan pada jaringan sehat disekitarnya.

5.2 Saran

a. Pengujian sebaiknya dilakukan dengan jumlah grid yang lebih banyak lagi, agar *contour* yang dihasilkan menyerupai bentuk kanker pada kenyataannya.
b. Perlu dilakukan penelitian yang lebih mendalam untuk mengetahui berapa jumlah dan posisi *cryoprobe* yang digunakan pada sel kanker paru-paru.
c. Diperlukan kerja sama dengan team medis untuk mengetahui ukuran sel kanker paru-paru yang sebenarnya sehingga agar hasil yang diperoleh lebih mendekati dengan kenyataan.

Daftar Pustaka

[1] D. Tarwidi and S. Pudjaprasetya, "Godunov Method for Stefan Problems with Entalphy Formulations," *East Asian Journal on Applied Mathematics*, vol. 3, pp. 107-119, May 2013.
[2] R. R. Michael, T. Daigo, S. Kenji, R. Yoed, “An efficient numerical technique for bioheat simulations and its application to computerized *cryosurgery* planning”, Department of Mechanical Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA 15213, United State.
[3] N. N. Korpan, “Atlas of Cryosurgery”, Department of Surgery Evangelical Hospital Wien-Wahring, Vienna, Austria.
[4] R. J. LeVeque, “Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems”, Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge 2002.
[5] He, X. and J. C. Bischof (2003). “Quantification of temperature and injury response in thermal therapy and *cryosurgery”*. Critical Reviews in Biomedical Engineering 31(5&6): 355-421
[6] S. Kumar and V. K. Katiyar, “Numerical Study on Phae Chance Heat Transfer During Combined Hyperthermia and Cryosurgical Treatment of Lung Cancer”, Department of Mathematics, Indian Institute of Technology Roorkee, Roorkee, India, August 2007.
[7] B. Rubinsky, J.C. Gilbert, G.M. Onik, M.S. Roos, S.T.S. Wong, K.M. Brennan, *Monitoring cryosurgery in the brain and the prostate with proton NMR*, *Cryobiology* 30 (1993) 191–199.
[8] C.-W. Chen, H.-S. Kou, H.-E. Liu, C.-K. Chuang and L.-J. Wang, "Computer Assisted Simulation Model of Renal Tumor *Cryosurgery*".
[9] V. Aleviades and A. D.Solomon, Mathematical Modelling of Melting and Freezinf Processes, Washington DC: Hemisphere Publishing Corporation, 1981.
[10] Syahruddin E, Pratama AD, Aruef N. A retrospective study: clinical and diagnostic characteristics in advanced stage of lung cancer patients with pleural effusion in persahabatan hospital 2004-2007. J Respir Indo 2010;30:146-1