

**PELACAKAN KELUARAN SISTEM LINEAR POMPA PISTON TUNGGAL  
DENGAN KONTROL MASSA  
(TRACKING OUTPUT SYSTEM LINEAR SINGLE PISTON PUMP WITH  
CONTROL MASS)**

**Redi Nurjamin, Jondri, Annisa Aditsania**

Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom redinurjamin@email.com,  
jondri@telkomuniversity.ac.id, annisaaditsania@email.com,

---

**Abstrak** - Untuk memanfaatkan gelombang laut menjadi energi listrik, dibutuhkan pompa piston. Pompa piston yang ditinjau pada penelitian ini adalah pompa piston tunggal. Pompa piston tunggal ini terdiri dari empat elemen yang bergerak didalam sistem yang terdapat didalam pompa piston tunggal yaitu pelampung, batang, piston dan air dipompa. Pelampung berfungsi sebagai objek yang disimpan dipermukaan air laut yang mana pelampung akan mengikuti gerak dari gelombang laut yang akan membantu piston untuk bergerak secara naik turun yang dihubungkan oleh batang (*rod*). Piston yang terdapat didalam silinder berguna untuk memompa air yang ada didalam pompa piston untuk menghasilkan perbedaan tekanan yang dapat dikonversi menjadi energi listrik. Tujuan dari Tugas Akhir ini adalah untuk merekonstruksi sistem persamaan dari pompa piston tunggal dan merancang kondisi optimal dari massa piston sebagai kontrol terhadap nilai tekanan didalam reservoir yang monoton naik sehingga nilai tekanan didalam reservoir dapat terkontrol di titik tertentu. Metode yang digunakan untuk mencari solusi sistem kontrol dari persamaan pompa piston tunggal adalah metode Runge-Kutta 4 dan *tracking* kontrol sistem persamaan linear.

**Kata kunci** : piston, Runge-Kutta, derajat relatif

---

## 1. PENDAHULUAN

Energi merupakan suatu unsur yang sangat penting bagi kehidupan manusia. Sejak revolusi industri, bahan bakar fosil selalu menjadi sumber daya utama untuk energi. Namun seiring berjalannya waktu, efek dari penggunaan bahan bakar fosil semakin terasa dampak negatif terhadap kehidupan manusia. Oleh sebab itu dibuatlah kebijakan tentang penggunaan energi tak terbarukan. Kebijakan yang pertama, bahan bakar fosil membutuhkan waktu yang sangat lama untuk diproduksi kembali oleh bumi. Selanjutnya, pada abad ke-20 terjadi perubahan dalam kebijakan yang bertujuan untuk mengurangi emisi  $CO_2$ , yang menyebabkan terjadinya pemanasan global [1]. Disisi lain, terdapat energi terbarukan yang tidak akan habis bila digunakan secara berkelanjutan jika dikelola dengan baik [2]. Selain dapat dipulihkan kembali, energi ini juga ramah lingkungan, aman dan terjangkau oleh masyarakat. Menurut data dari [3], pada tahun 2009, sebesar 18,2% dari total listrik yang dihasilkan dari sumber daya terbarukan. Melihat dari data [3] sebagian dari energi terbarukan berasal dari angin, surya, dan panas bumi. Tetapi hanya sedikit energi yang dihasilkan dari *ocean energy*. Melihat dari luas lautan yang jauh lebih luas dari luas daratan, energi dari laut menawarkan potensi yang lebih baik.

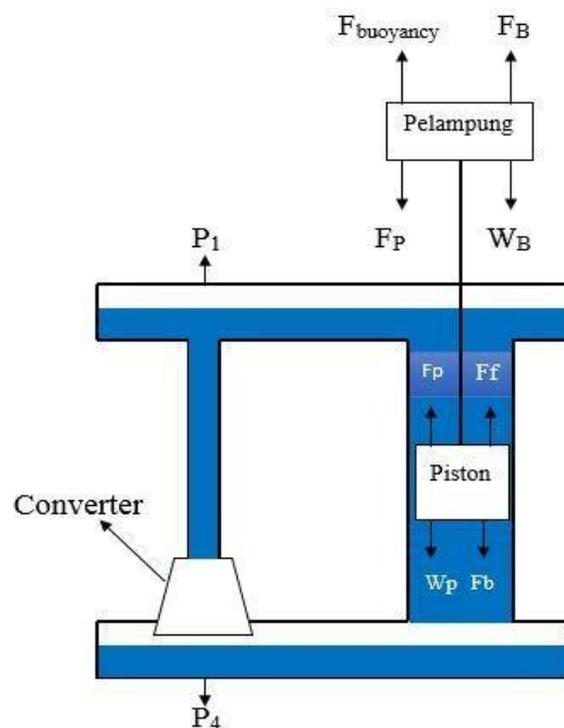
Salah satu sumber energi yang dapat dimanfaatkan dari dalam laut adalah ombak. Pergerakan ombak disebabkan oleh kecepatan angin, lamanya angin bertiup dan kedalaman laut. Gerak dari gelombang yang dapat dimanfaatkan sebagai inti dari terciptanya energi listrik. Banyak cara untuk memanfaatkan gelombang laut menjadi tenaga listrik, yang membedakan adalah produksi energi listrik yang didapat. Untuk memanfaatkan energi gelombang menjadi energi listrik, dibutuhkan pompa piston tunggal. Penggunaan pompa piston tunggal sangat penting didalam pembangkit listrik tenaga ombak. Pelampung yang berada dipermukaan laut akan bergerak secara naik turun mengikuti gerak dari gelombang laut, akan membantu piston yang ada didalam silinder untuk bergerak secara naik

turun. Batang yang berfungsi untuk menghubungkan antara pelampung dengan piston menggunakan jenis batang steel. Air dalam pompa berfungsi untuk menyalurkan tekanan ke konverter yang dihasilkan dari gerak piston yang nantinya akan menghasilkan energi listrik. Pada tugas akhir ini akan dirancang kontrol sistem pompa piston tunggal, sehingga perbedaan tekanan penghasil listrik dapat ditentukan berdasarkan masa pada pelampung dan masa pompa piston.

## 2. DASAR TEORI

### 2.1. Pompa Piston Tunggal

Piston adalah sumbat geser yang terpasang di dalam sebuah silinder mesin pembakaran dalam silinder hidraulik, pneumatik, dan silinder pompa. Pelampung yang berada dipermukaan laut akan bergerak secara naik turun mengikuti gerak dari gelombang laut, akan membantu piston yang ada didalam silinder untuk bergerak secara naik turun. Batang atau rod yang berfungsi untuk menghubungkan antara pelampung dengan piston menggunakan jenis batang steel. Air dalam pompa berfungsi untuk menyalurkan tekanan ke konverter yang dihasilkan dari gerak piston yang nantinya akan dikonversi menjadi energi listrik. Piston yang berada didalam silinder berguna untuk mengubah volume dari isi silinder dikarenakan piston didalam silinder mendapat tekanan dari isi silinder. Piston yang menerima tekanan dari fluida dan akan mengubah tekanan tersebut menjadi gaya [9].



**Gambar 2.1.** Pompa Piston Tunggal

Dari penjelasan pompa piston diatas, piston harus terpasang rapat didalam silinder agar dapat menghasilkan tekanan didalam pompa yang optimal. sistem pompa piston tunggal memiliki dua kondisi yaitu pada saat *upstroke* dan pada saat *downstroke*. Pada saat *upstroke* piston berada diatas dan menekan air untuk menuju ke konverter unuk di konversi menjadi energi listrik. Dan kondisi pada saat *downstroke*, area silinder ditutup dan sistem mekanik pada piston terisolasi lalu aliran menjadi nol dan tekanan pada kedua *reservoirs* menjadi  $p_1 = p_4 = 0$  atau tekanan menjadi konstan [4].

### 2.2. Derajat Relatif

Misal diketahui suatu sistem persamaan linear:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y(x) &= h(x), \end{aligned}$$

dimana  $x \in R^n$  dinotasikan sebagai vektor keadaan,  $u \in R^m$  adalah kontrol,  $f(x):R^n \rightarrow R^n$ ,  $g(x):R^n \rightarrow R^{n \times m}$ . Sistem linear diatas dikatakan memiliki derajat relatif  $r$  dititik  $x_0$  jika:

1.  $L_g L_f^k h(x) = 0$  untuk setiap  $x$  dalam lingkungan  $x_0$  dan setiap  $k < (r - 1)$
2.  $L_g L_f^{r-1} h(x_0) \neq 0$ .

$L_f^k(\cdot)$  adalah turunan Lie. Turunan Lie merupakan operator hasil kali diferensial orde  $k$  dengan nilai dari fungsi berkaitan [10]. Dalam persamaan matematis turunan Lie dapat dinyatakan sebagai berikut [10]:

$$\begin{aligned} L_f^k h_i(x) &= \left(\frac{\partial}{\partial x} L_f^{k-1} h_i(x)\right) f(x) \\ &\text{dan } L_f^0 h_i(x) = h_i(x). \end{aligned} \tag{2.12}$$

### 2.3. Tracking Persamaan Linear

Perhatikan sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y(x) &= h(x). \end{aligned}$$

jika  $w(t)$  merupakan notasi track tujuan dari output sistem. Maka proses tracking adalah proses untuk mendesain kontrol  $u$  yang dapat meminimalisasi jarak antara  $h(x)$  dengan  $w(t)$  [10].

Pada penelitian ini, berikut adalah langkah-langkah untuk membangun control ( $u$ ):

1. Hitung derajat relatif ( $r$ ) dari sistem persamaan,
2. Tentukan matriks  $M_r$  dimana,

$$M_r = \begin{pmatrix} L_f^0 h(x) - w(t) \\ L_f^1 h(x) - \dot{w}(t) \\ L_f^2 h(x) - \ddot{w}(t) \\ \vdots \\ L_f^{r-1} h(x) - w^{(r-1)}(t) \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

3. Membangun persamaan kontrol,

$$u(t) = - \left( L_g L_f^{r-1} h(x) \right)^{-1} (K M_r + L_f^r h(x) - w^{(r)}(t)) \tag{2.15}$$

dimana  $K \in M_{1 \times r-1}$

### 2.4. Metode Runge Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta 4 ini digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan pada pompa piston tunggal. Metode Runge-Kutta orde 4 banyak digunakan karena mempunyai ketelitian lebih tinggi dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde yang lebih rendah [11]. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta 4 adalah:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta x \tag{2.16}$$

dengan :

$$k_1 = f(x_i, y_i) \tag{2.17}$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_1 \Delta x\right) \tag{2.18}$$

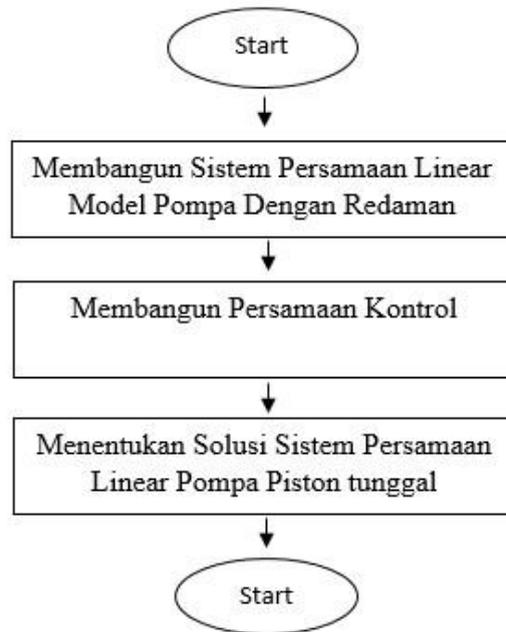
$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_2 \Delta x\right) \tag{2.19}$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta x, y_i + k_3 \Delta x) \tag{2.20}$$

### 3. PERANCANGAN SISTEM

#### 3.1 Alur Metodologi Penelitian

Pada Tugas Akhir ini, untuk menentukan solusi dari sistem persamaan pompa piston yang optimum terdiri dari beberapa tahapan. Berikut adalah flowchart alur metodologi penelitian dari pelacakan keluaran sistem linear pompa piston dengan kontrol massa piston dan massa pelampung:



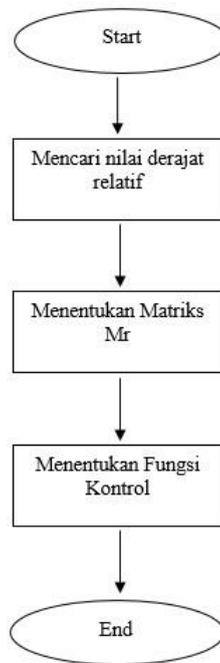
Gambar 3.1. Flowchart metodologi penelitian

#### 3.1.1 Merekonstruksi Sistem Persamaan Linear Pompa Piston

Tahap pertama yang harus dilakukan adalah menentukan model dari sistem persamaan pompa piston tunggal linear dari (Gambar 2.1) didasari oleh rumus dari hukum II Newton dimana variabel dari  $\ddot{x}_b$  (percepatan *buoy*) dan  $\ddot{x}_p$  (percepatan piston) yang akan menjadi titik acuan pada setiap perubahan tekanan di  $p_1$  dan  $p_4$ . Model pertama yang dibangun memiliki kendala tidak optimalnya energi pada *rod* saat gerakan *upstroke* dan *downstroke* yang diakibatkan tidak adanya redaman dimodel [5]. Oleh karena itu dibangun model pompa yang memperhitungkan redaman, maka akan digunakan persamaan (2.8) dan (2.9) pada saat *upstroke* dan persamaan (2.10) dan (2.11) pada saat *downstroke*. Model pompa inilah yang akan akan dibuat sistem kontrol oleh massa.

#### 3.1.2 Membangun Persamaan Kontrol

Tahap kedua membangun persamaan kontrol yang akan digunakan untuk membatasi nilai dari tekanan yang terus naik. Persamaan kontrol yang telah dibuat akan dimasukkan kedalam model pompa piston untuk menggantikan nilai dari variabel yang dikontrol. Teknik yang digunakan dalam pembangunan kontrol linear ini adalah menggunakan *tracking*. Dibawah ini adalah alur untuk mendapatkan persamaan kontrol:



**Gambar 3.2.** Flowchart Persamaan Kontrol

Dalam menentukan nilai derajat relative, diperlukan variabel yang akan dikontrol beserta persamaan linear yang terdapat variabel yang dikontrol. Sistem linear dikatakan memiliki derajat relatif  $r$  dititik  $x_0$  jika:

1.  $L_g L_f^k h(x) = 0$  untuk setiap  $x$  dalam lingkungan  $x_0$  dan setiap  $k < (r - 1)$
2.  $L_g L_f^{r-1} h(x_0) \neq 0$ .

Untuk menentukan jumlah derajat relative digunakan turunan Lie hingga didapat nilai dari derajat relative yang akan digunakan sebagai jumlah matriks  $M_r$ . Matriks  $M_r$  ini yang akan digunakan untuk menentukan persamaan kontrol.

$$M_r = \begin{pmatrix} L_f^0 h(x) - w(t) \\ L_f^1 h(x) - \dot{w}(t) \\ L_f^2 h(x) - \ddot{w}(t) \\ \vdots \\ L_f^{r-1} h(x) - w^{r-1}(t) \end{pmatrix}$$

dimana  $w(t)$  adalah notasi track tujuan dari output system.  $w(t)$  yang digunakan menggunakan persamaan logistic dikarenakan grafik dari persamaan logistic dapat mengontrol grafik dari tekanan di reservoir atas ( $P_1$ ) yang monoton naik. Dibawah ini adalah contoh sederhana penentuan fungsi kontrol menggunakan derajat relatif dan tracking:

Tentukan persamaan untuk variabel kontrol ( $u$ ) agar sistem persamaan dibawah ini diharapkan untuk suatu waktu ( $t$ ) output dari sistem  $y(t)$  mendekati  $\sin t$ .

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_1 x_2 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x - 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$y(x) = x_3$

Jawab:

- Diketahui bahwa

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix}, f(x) = \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_1 x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}, g(x) = \begin{pmatrix} e^x - 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, h(x) = x_3,$$

- Perhitungan Turunan Lie

- Untuk  $k = 0$  maka

$$L_g h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) = (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} e^x - 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

- Untuk  $k = 1$  maka

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) = (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_1 x_2 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_2$$

$$\partial L_f h(x) = (0 \ 1 \ 0)$$

$$L_g L_f h(x) = \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x} g(x) = (0 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} e^x - 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

- Jadi, karena  $L_g L_f h(x) = 1 \neq 0$  maka derajat relatif dari sistem diatas adalah  $k + 1 = 2$
- Karena derajat relatif dari sistem persamaan adalah 2, maka  $M_2$  adalah

$$M_2 = \begin{pmatrix} L_f^0 h(x) - w(t) \\ L_f^1 h(x) - \dot{w}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^3 - \sin t \\ x^2 - \cos t \end{pmatrix}$$

- Sehingga fungsi kontrol untuk sistem persamaan diatas adalah

$$u(t) = -(1)^{-1} (K M + L_f^r h(x) - w^{(r)}(t))$$

$$\Leftrightarrow u(t) = -([k_1 \ k_2] \begin{pmatrix} x^3 - \sin t \\ x^2 - \cos t \end{pmatrix} + (x_1 x_2) + \cos t)$$

Setelah mendapatkan persamaan yang sudah dikontrol, maka akan diselesaikan dengan metode Runge-kutta orde 4 yang nantinya akan dilihat perbedaan grafik dari model pada saat persamaannya dikontrol variabel massa dan tidak dikontrol oleh variabel massa.

#### 4. IMPLEMENTASI HASIL

Pada sub bab ini, akan menampilkan hasil simulasi variabel-variabel dari sistem persamaan linear model pompa piston tunggal yang telah ditambahkan variabel redaman dan menampilkan hasil simulasi variabel yang telah di kontrol dari persamaan kontrol yang telah dibangun.

##### 4.1. Rekontruksi Model Pompa Piston Tunggal Menggunakan Redaman

Rumus dasar pembuatan model dari piston dan pelampung yang terdapat didalam pompa piston tunggal adalah rumus gaya dari Hukum II Newton, yaitu:

$$\sum F = m \cdot a \quad (4.1)$$

Untuk model pelampung, dibawah ini adalah gaya-gaya yang terkandung didalam pelampung:

$$F_{bouyancy} + F_b - F_p - W_b = m \cdot a \quad (4.2)$$

penjabaran rumus dari gaya yang terdapat (4.2) yaitu:

$$F_{bouyancy} - k \cdot x_b - (-k \cdot x_p) - m \cdot g = m \cdot a \quad (4.3)$$

$$\frac{F_{bouyancy}}{m} - \frac{k}{m} x_b + \frac{k}{m} x_p - g = a \quad (4.4)$$

maka model dari pelampung adalah:

$$\ddot{x}_b = \frac{d^2 x_b}{dt^2} = \frac{-k}{m_b} x_b + \frac{k}{m_b} x_p - g \frac{F_{bouyancy}}{m} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a \quad (4.5)$$

untuk model piston, dibawah ini adalah gaya-gaya yang terkandung didalam piston:

$$-F_b + F_f + F_p + p_4 - p_1 - w_p = m \cdot a \quad (4.6)$$

penjabaran rumus dari gaya yang terdapat (4.5) yaitu:

$$-(-k \cdot x_p) - B \cdot x_p - k \cdot x_p + A_c p_4 - A_c p_1 - m \cdot g = m \cdot a \quad (4.7)$$

maka model dari piston adalah:

$$\ddot{x}_p = \frac{d^2 x_p}{dt^2} = \frac{k}{m_2} x_b - \frac{B}{m_2} x_p - \frac{-k}{m_2} x_p + \frac{A_c}{m_2} p_4 - \frac{A_c}{m_2} p_1 \quad (4.8)$$

Tekanan yang terdapat di reservoir dibagi menjadi dua yaitu tekanan di  $p_1$  dan  $p_4$ . Untuk  $p_1$  adalah tekanan yang terdapat di reservoir atas dan  $p_4$  tekanan yang terdapat direservoir bawah. Model dari tekanan  $p_1$  dan  $p_4$  sebagai berikut:

$$p_1 = \frac{\rho A_c g}{A_u} \quad (4.9)$$

$$p_4 = \frac{\rho A_c g}{A_l} \quad (4.10)$$

model dari  $p_1$  dan  $p_4$  dihasilkan dari rumus dasar tekanan hidrostatik, yaitu:

$$P = \rho g h \quad (4.11)$$

$$\frac{P}{t} = \frac{\rho g V}{t}, \quad Q = \frac{V}{t} \quad (4.12)$$

$$P = \frac{\rho g}{A} A v = \frac{\rho g A}{A} \dot{x}_p = \frac{\rho A_c g}{A_l} \dot{x}_p = \frac{\rho A_c g}{A_l} \dot{x}_p \quad (4.13)$$

model dari sistem persamaan pompa piston tunggal yang digunakan lebih merujuk ke [2] yang memiliki persamaan sebagai berikut :

$$\dot{q} = Aq + f, \quad q(0) = q_0 \quad (4.14)$$

dimana variabel  $q$  adalah sebagai berikut :

$$q = [x_b \quad \dot{x}_b \quad x_p \quad \dot{x}_p \quad p_1 \quad p_4]^T, \quad (4.15)$$

Massa yang terdapat pada persamaan sistem pompa piston terdiri dari  $m_1$  dan  $m_2$  dimana  $m_1$  adalah massa dari pelampung dan  $m_2$  adalah massa dari piston. Massa dari piston dibagi menjadi dua kondisi yaitu kondisi pada saat upstroke dan kondisi saat downstroke [1].

$$m_2 = \begin{cases} m_r + m_p + m_f, & \text{upstroke} \\ m_r + m_p, & \text{downstroke} \end{cases} \quad (4.19)$$

didapat hasil persamaan seperti dibawah ini:

$$\ddot{x}_b = \frac{-k}{m_1} x_b + \frac{k}{m_1} x_p + \frac{F_b(x_b, x_w)}{m_1} - g \quad (4.20)$$

$$\ddot{x}_b = \frac{k}{m_2} x_b - \frac{k}{m_2} x_p - \frac{B}{m_2} \dot{x}_p - \frac{A_c}{m_2} p_1 + \frac{A_c}{m_2} p_4 - g \quad (4.21)$$

$$p_1 = \frac{\rho g A_c}{A_u} \dot{x}_p \quad (4.22)$$

$$p_4 = \frac{-\rho g A_c}{A_l} \dot{x}_p \quad (4.23)$$

Pada model sebelumnya (4.1.1) terdapat perbedaan energi pada *rod* saat gerakan *upstroke* dan *downstroke* yang disebabkan tidak adanya redaman. Dengan tidak adanya redaman (disebabkan oleh banyaknya gaya gesek) dapat diamati ketika memecah persamaan diffrensial untuk pelampung, sifat dari hidrostatik akan menghasilkan getaran pelampung yang lebih tinggi. Didalam sistem pompa piston [5], terdapat gaya gesek antarmuka piston dengan silinder dimana peredam linear antara dinding silinder dan piston telah digunakan untuk tujuan ini. Kontak gesekan di antarmuka sekunder, yang mengakibatkan kerugian energi ke sistem dan tidak dapat diabaikan [6]. Gaya gesek ini belum dipertimbangkan di [5]. Didalam model baru ini akan menutupi kekurangan dari model sebelumnya dengan mempertimbangkan peredam linear yang terhubung dengan pelampung dan piston. Peredam tersebut adalah pendekatan pertama ke peredaman dalam batang itu sendiri. Dengan menambahkan koefisien redaman:

$$C = 2 \zeta \sqrt{K m_1} \quad (4.24)$$

Kondisi *upstroke*:

$$\dot{x}_b = \dot{x}_b$$

$$\ddot{x}_b = -\frac{K}{m_1} (x_b) - \frac{C}{m_1} (\dot{x}_b) + \frac{K}{m_1} (x_p) + \frac{C}{m_1} (\dot{x}_p) + \frac{F_b}{m_1} - g + \frac{KL_r}{m_1}$$

$$\dot{x}_p = \dot{x}_p$$

$$\ddot{x}_p = \frac{K}{m_2} (x_b) + \frac{C}{m_2} (\dot{x}_b) - \frac{K}{m_2} (x_p) - \frac{C}{m_2} (\dot{x}_p) - \frac{A_c}{m_2} (p_1) + \frac{A_c}{m_2} (p_4) - \frac{F_f}{m_2} - g - \frac{KL_r}{m_2}$$

$$p_1 = \frac{\rho g A_c}{A_u} (\dot{x}_p)$$

$$p_4 = \frac{-\rho g A_c}{A_l} (\dot{x}_p)$$

sedangkan pada saat *downstroke*:

$$\dot{x}_b = \dot{x}_b$$

$$\ddot{x}_b = -\frac{K}{m_1} (x_b) - \frac{C}{m_1} (\dot{x}_b) + \frac{K}{m_1} (x_p) + \frac{C}{m_1} (\dot{x}_p) + \frac{F_b}{m_1} - g + \frac{KL_r}{m_1}$$

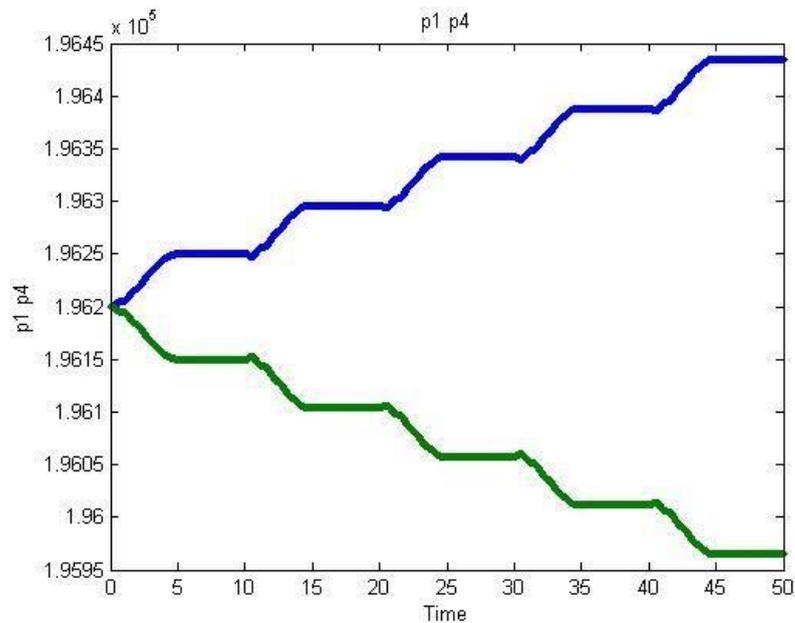
$$\dot{x}_p = \dot{x}_p$$

$$\ddot{x}_p = \frac{K}{m_2}(x_b) + \frac{C}{m_2}(\dot{x}_b) - \frac{K}{m_2}(x_p) + \frac{C}{m_2}(\dot{x}_p) + \frac{F_f}{m_2} - g + \frac{KL_r}{m_2}$$

$$p_1 = 0$$

$$p_4 = 0$$

#### 4.2. Simulasi Model Persamaan Pompa Piston Tunggal Dengan Redaman



Gambar 4.2. Tekanan di reservoir atas ( $P_1$ ) dan tekanan di reservoir bawah ( $P_4$ ).

Grafik dari perubahan tekanan yang dihasilkan gerak piston yang terdapat didalam pompa pada saat *upstroke* dan pada saat *downstroke*. Grafik tersebut menunjukkan tekanan di reservoir monoton naik dan tekanan di reservoir bawah monoton turun, sehingga dibutuhkan persamaan kontrol agar dapat membatasi tekanan di reservoir atas dan reservoir bawah di titik tertentu.

#### 4.3. Persamaan Kontrol Massa

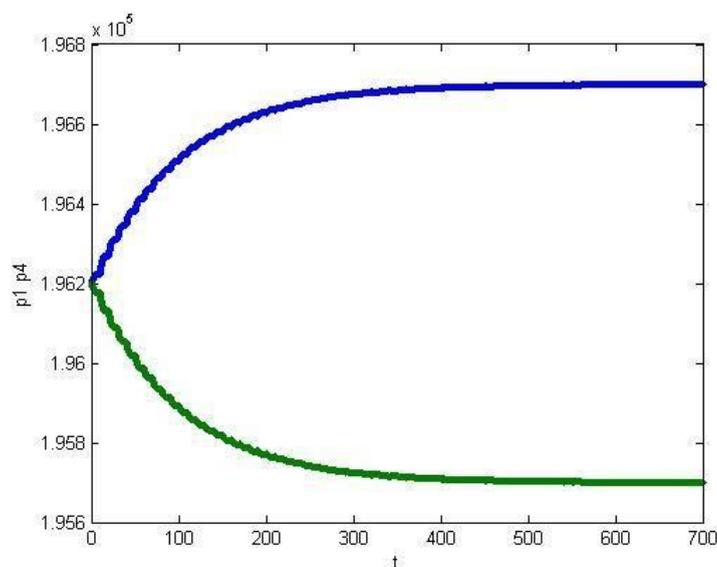
Variabel yang digunakan untuk membangun persamaan kontrol di model pompa piston tunggal adalah variabel massa. Didalam sistem pompa piston tunggal ini terdapat dua variabel massa yaitu massa piston dan massa pelampung. Dua variabel ini akan mengontrol terhadap keluaran dari variabel tekanan, yang mana variabel tekanan akan dikontrol agar nilai dari tekanan tidak terus naik karena pada dasarnya tekanan tidak mungkin terus naik. Berikut persamaan kontrol masa yang didapat dari proses *tracking* persamaan linier:

$$\begin{aligned}
 ut = & - \left( \frac{A_u}{\rho g A_c (-A_c x(5) + A_c x(6) + Cx(2) - Cx(4) - L_r k + kx(1) - kx(3) - F_f)} \right) \left( 3x(5) \right. \\
 & - \frac{3bat}{\left(\frac{bat}{P_0} - 1\right) e^{rt} + 1} + \frac{4\rho g A_c x(4)}{A_u} + \frac{4bat \left(\frac{bat}{P_0} - 1\right)}{\left(\left(\frac{bat}{P_0} - 1\right) e^{rt} + 1\right)^2} - \frac{\rho g^2 A_c}{A_u} \\
 & \left. - \frac{2bat \left(\frac{bat}{P_0} - 1\right)^2 r^2 (e^{rt})^2}{\left(\left(\frac{bat}{P_0} - 1\right) e^{rt} + 1\right)^3} + \frac{bat \left(\frac{bat}{P_0} - 1\right) r^2 e^{rt}}{\left(\left(\frac{bat}{P_0} - 1\right) e^{rt} + 1\right)^2} \right)
 \end{aligned}$$

Persamaan diatas akan digunakan untuk mengontrol tekanan di  $p_1$  dengan cara menggantikan nilai di  $m_2$  menjadi persamaan diatas.

#### 4.4. Simulasi Menggunakan Persamaan Kontrol Massa ( $m_2$ )

Dibawah ini akan menampilkan hasil simulasi dari sistem linear pompa piston dengan kontrol massa. Variabel massa yang digunakan adalah massa piston pada saat *upstroke*.



Gambar 4.4. tekanan yang sudah terkontrol dengan batas maksimal 196700 Pa dan  $r = 0.0005$ .

Grafik Gambar 4.6 menunjukkan tekanan di reservoir atas ( $p_1$ ) telah terkontrol di detik ke-25, dimana garis lurus dari gambar diatas menunjukkan bahwa nilai dari tekanan di  $p_1$  dan  $p_4$  konstant terhadap waktu.

## 5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dengan menggunakan metode tracking linier persamaan kontrol dari massa piston dapat mengontrol tekanan direservoir atas dan reservoir bawah. Dapat dilihat digambar 4.6 bahwa tekanan terkontrol di 196700 Pa di detik ke 489. Selain itu penggunaan persamaan logistik didalam pembangunan sistem kontrol sangat baik dan hasilnya sesuai dengan apa yang diinginkan. Dengan menggunakan metode runge-kutta keenam persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan baik dengan range nilai kontrol dari 6020 sampai 100546.

Untuk mendapatkan hasil yang dapat di implementasikan di Indonesia, alangkah baiknya untuk penelitian selanjutnya menggunakan parameter-parameter yang menyesuaikan dengan kondisi laut di Indonesia.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Departemen ESDM, *Departemen ESDM Paparkan Penerapan DSM Untuk Mengurangi Emisi CO<sub>2</sub> dan GRK Dalam DNPI*. 19 Desember 2008. <http://www.esdm.go.id/berita/37-umum/2180-departemen-esdm-paparkan-penerapan-dsm-untuk-mengurangi-emisi-co2-dan-grk-dalam-dnpi.html>
- [2] The European Wind Energy Association, *Analysis of Win Energy in the EU-25*. Wind Energy – The Facts. 2011.
- [3] Observ'ER. *The state of renewable energies in europe*. Paris : EuroObserv'ER Report, 2013.
- [4] Galván García, Bruno. *Nonlinear control design for wave energy converter*. Groningen : University of Groningen, 2013.
- [5] Martí Saumell, Josep. *Dynamical modelling, analysis and control design of a distributed sea wave energy storage system* MSc Thesis. 2013.
- [6] Vakis, Antonis I., Prins, Wout A. and Meijer, Harmen. *First steps in the design and construction of the Ocean Grazer*. 2014.
- [7] Bruce A. Finlayson. *On the Proper Use of Computational Fluid Dynamics for Senior Research Projects and Beginning Graduate Fluid Mechanics Courses*. University of Washington. 2002.
- [8] Ogata, Katsuhiko. 2002. *Modern Control Engineering Fourth Edition*.
- [9] Marshall Brain, *How Stuff Works - Basic Engine Parts*
- [10] Sholikhah, Siti Aminatus. Subchan. Kamiran. *Penerapan Model Predictive Control (MPC) pada Kapal Autopilot dengan Lintasan Tertentu*. Surabaya. 2012.
- [11] Rika Favoria, Gusa. 2014. *Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Analisis Rangkaian RLC*, Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Bangka Belitung.