

***Efficient Frontier Mean – Semivariance Menggunakan Metode
Sequential Quadratic Programming (SQP)***

Tugas Akhir

diajukan untuk memenuhi salah satu syarat

memperoleh gelar sarjana

dari Program Studi S-1 Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

1302144204

Reiza Krisnaviardi



Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

Bandung

2018

LEMBAR PENGESAHAN

Efficient Frontier Mean – Semivariance Menggunakan Metode Sequential Quadratic Programming (SQP)

Sequential Quadratic Programming (SQP) Method for Efficient Frontier Mean – Semivariance

NIM : 1302144204

Reiza Krisnavairdi

Tugas akhir ini telah diterima dan disahkan untuk memenuhi sebagian syarat memperoleh gelar pada Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

Bandung, 1 Agustus 2018

Menyetujui

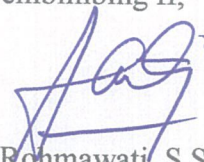
Pembimbing I,



Dr. Deni Saepudin, S.Si., M.Si.

NIP. 99750013

Pembimbing II,



Aniq Atiqi Rohmawati, S.Si., M.Si.

NIP. 15880028

Ketua Program Studi
Sarjana Ilmu Komputasi



Dr. Deni Saepudin, S.Si., M.Si.

NIP. 99750013

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya, Reiza Krisnaviardi, menyatakan sesungguhnya bahwa Tugas Akhir saya dengan judul "*Efficient Frontier Mean – Semivariance Menggunakan Metode Sequential Quadratic Programming (SQP)*" beserta dengan seluruh isinya adalah merupakan hasil karya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Saya siap menanggung resiko/sanksi yang diberikan jika di kemudian hari ditemukan pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam buku TA atau jika ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya,

Bandung, 1 Agustus 2018

Yang Menyatakan



Reiza Krisnaviardi

Efficient Frontier Mean – Semivariance Menggunakan Metode Sequential Quadratic Programming (SQP)

Reiza Krisnaviardi¹, Deni Saepudin², Aniq Atiqi Rohmawati³

^{1,2,3}Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung

¹reizakrisnaviardi@students.telkomuniversity.ac.id, ²denisaepudin@telkomuniversity.ac.id,

³aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Pada tugas akhir ini dibahas mengenai penerapan metode SQP (*Sequential Quadratic Programming*) untuk mencari *efficient frontier* dari portofolio *mean-semivariance*. Portofolio *mean-semivariance* merupakan perbaikan dari portofolio *mean-variance* karena portofolio *mean-variance* hanya mengukur risiko berdasarkan variansinya. Artinya rata – rata penyimpangan nilai *return* dari nilai acuannya (ekspektasi *return*) dapat bernilai lebih besar atau pun lebih kecil. *Efficient frontier* yang dibentuk pada tugas akhir ini menggunakan saham – saham yang tergabung dalam LQ45 dengan mengambil data harga saham per minggu selama sepuluh tahun dari bulan November 2007 – Desember 2017. Kemudian dari data harga saham tersebut diperoleh nilai *return* saham secara *time series* sebagai informasi dasar untuk proses perhitungan selanjutnya. Kemudian metode SQP (*Sequential Quadratic Programming*) digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi dengan kendala. Hasil dari eksperimen pada tugas ini akhir ini menunjukkan *efficient frontier* yang terbentuk dari portofolio *mean-semivariance* sedikit berbeda dengan *efficient frontier* portofolio *mean-variance*, dimana nilai *semivariance* pada *efficient frontier* portofolio *mean-semivariance* berada di bawah *efficient frontier* portofolio *mean-variance*.

Kata kunci : *efficient frontier*, SQP, *semivariance*, *mean – variance*, *mean – semivariance*

Abstract

In this final project, we discussed the application of SQP (*Sequential Quadratic Programming*) method to find efficient frontier of mean-semivariance portfolio. The mean-semivariance portfolio represents an improvement over the mean-variance portfolio because the mean-variance portfolio only measures risk by its variance. This means that the average deviation of the return value from the reference value (expectation return) can be worth bigger or even smaller. Efficient frontier formed in this final task using shares - shares that are incorporated in LQ45 by taking stock price data per week for ten years from November 2007 - December 2017. Then from the stock price data is obtained value of stock return in time series as basic information for further calculation process. Then the SQP (*Sequential Quadratic Programming*) method is used to solve the optimization problem with constraints. The results of experiments on this final task show that the efficient frontier formed from the mean-semivariance portfolio is slightly different from the efficient frontier portfolio mean-variance, in which the semivariance value of the efficient frontier portfolio mean-semivariance falls below the efficient frontier portfolio mean-variance.

Keywords: *efficient frontier*, SQP, *semivariance*, *mean – variance*, *mean – semivariance*

1. Pendahuluan

Latar Belakang

Bagi seorang yang ingin melakukan investasi jangka panjang, salah satunya adalah dengan menginvestasikan kekayaannya dalam bentuk portofolio saham. Nilai *return* portofolio beserta risiko yang didapatkan, digambarkan dalam bentuk grafik *efficient frontier*. *Efficient frontier* adalah sekumpulan portofolio yang efisien diantara semua portofolio yang dapat dicapai. Model yang populer dan sering digunakan untuk mendapatkan portofolio adalah menggunakan Markowitz model. Pada model tersebut metode yang digunakan untuk menentukan portofolio adalah dengan menentukan varians dari return masing – masing saham.

Alasan memilih perhitungan menggunakan portofolio *mean – semivariance* daripada portofolio *mean – variance* karena portofolio *mean-variance* hanya mengukur risiko berdasarkan variansinya. Artinya rata – rata penyimpangan nilai *return* dari nilai acuannya (ekspektasi *return*) dapat bernilai lebih besar atau pun lebih kecil.

Pada tugas akhir ini dibahas bagaimana menentukan *efficient frontier* berdasarkan perhitungan *mean – semivariance* dari *return* saham. *Efficient frontier* pada portofolio adalah sebagai grafik pendekatan dari beberapa portofolio yang terbentuk, sehingga dapat ditentukan nilai *expected return* dan nilai risikonya.

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan kuadrat yang terbentuk dari perhitungan di atas menggunakan metode *Sequential Quadratic Programming* (SQP).

Setelah mendapatkan grafik *efficient frontier* dari hasil perhitungan *mean – semivariance*, grafik tersebut akan dibandingkan dengan grafik *efficient frontier* dari hasil perhitungan *mean – variance*. Kemudian pada kedua grafik tersebut akan diuji dengan nilai *expected return* yang sama, berapa nilai risiko yang diperoleh pada kedua grafik tersebut.

Topik dan Batasannya

Pada tugas akhir ini rumusan masalah atau identifikasi masalahnya ada dua. Pertama, adalah bagaimana cara mendapatkan *efficient frontier* untuk portofolio *mean – semivariance* dengan menggunakan metode *Sequential Quadratic Programming* (SQP). Kedua, membandingkan grafik dan kinerja antara *efficient frontier mean – semivariance* dengan *efficient frontier mean – variance*.

Batasan masalah pada tugas akhir ini antara lain :

1. Saham yang digunakan adalah LQ45 selama sepuluh tahun per minggu yaitu dari tahun 2007 – 2017.
2. Terdapat 45 saham yang tergabung dalam portofolio saham LQ45, akan tetapi dari 45 saham tersebut hanya 32 saham saja yang menyediakan data selama sepuluh tahun.

Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk mendapatkan *efficient frontier mean – semivariance* dengan menggunakan metode *Sequential Quadratic Programming* (SQP) untuk perhitungan optimasinya. Kemudian membandingkan kinerja portofolio dengan data uji.

2. Studi Terkait

2.1 Variansi

Risiko merupakan kemungkinan penyimpangan tingkat keuntungan yang sesungguhnya dan tingkat keuntungan yang diharapkan. Untuk menghitung besarnya tingkat risiko total dikaitkan dengan tingkat pengembalian yang diharapkan dari sebuah investasi, biasanya dilakukan dengan menghitung variansi. Variansi merupakan penyebaran nilai harapan dengan kenyataan [7].

2.2 Semivariansi

Secara umum, masalah optimasi portofolio saham menggunakan variance atau standar deviasi untuk mengukur tingkat risiko. Meski diterima secara umum, ukuran ini bukan yang paling tepat untuk menilai risiko, semenjak mempertimbangkan nilai *adverse deviation* (nilai di bawah rata – rata). Sehingga Markowitz mengajukan sebuah perhitungan alternatif untuk menghitung risiko yaitu “*semivariance*”, yang mana hanya mempertimbangkan *adverse deviation* (nilai di bawah rata – rata). Secara matematika *semivariance* didefinisikan sebagai berikut

$$S = E ((\min(0, R_M - C))^2). \quad (1)$$

Dengan E adalah *expected return*, pada tugas akhir ini R_M adalah return market dan C adalah sebagai acuan yaitu dipilih dari nilai rata – rata return market [3].

Sehingga perbedaan variansi dan semivariansi adalah jika pada variansi penyimpangan dari acuan bisa lebih rendah mau pun lebih tinggi, akan tetapi pada semivariansi hanya menganggap sebagai risiko apabila penyimpangannya lebih rendah dari acuan (*ekspektasi return*).

2.3 Portofolio Mean-Variance

Pendekatan yang sering digunakan untuk menentukan portofolio saham adalah *mean – variance*, dengan rumus umum sebagai berikut :

$$\min \mathbf{X} \mathbf{V} \mathbf{X}^T \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m E_i x_i = E_0, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, \quad (4)$$

dimana:

X adalah vektor berisi bobot portofolio,

X^T adalah transpos vektor dari X ,

V adalah covariance matrix dari return,

E adalah vektor dari nilai expected return,
 E_0 adalah target expected return dari investor.

2.4 Portofolio Mean-Semivariance

Pendekatan untuk memperoleh *efficient frontier* portofolio *mean – semivariance* dapat dicari melalui model secara analitik seperti model $E - V$ Markowitz. Sehingga solusi dari masalah ini adalah :

$$\min \sum_{j,h} [v_{jh} - \beta_j \beta_h v(\tilde{R}_M > E_M)] x_j x_h \quad (5)$$

atau sama dengan notasi :

$$\min \mathbf{X} \mathbf{V}_s \mathbf{X}^T = \mathbf{X} (\mathbf{V} - \mathbf{B}) \mathbf{X}^T \quad (6)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m E_i x_i = E_0, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, \quad (8)$$

$$x_i \leq x_0, \quad (9)$$

dimana:

X adalah vektor berisi bobot portofolio,

X^T adalah transpos vektor dari X ,

V adalah *covariance matrix* dari *return* saham,

V_s *semivariance matrix*,

β_j, β_h adalah nilai beta untuk saham ke – j dan ke – h,

v_{jh} adalah elemen pembentuk matriks V ,

$v(\tilde{R}_M > E_M)$ adalah nilai semivariansi (nilai di atas rata – rata),

B adalah $m \times m$ matriks yang merupakan hasil dari $\beta_j \beta_h v(\tilde{R}_M > E_M)$.

2.5 Efficient Frontier

Sebuah portofolio dikatakan efisien jika tidak ada portofolio lain selain portofolio itu sendiri yang mendominasi. *Efficient frontier* adalah sekumpulan portofolio yang memberikan nilai *expected return* yang maksimum pada tingkat risiko yang sama atau yang memberikan risiko terkecil pada tingkat *return* yang sama [1][4].

Tiap investor akan memilih portofolio yang berbeda – beda pada *efficient frontier*, bergantung pada keinginan mereka masing – masing. Sebagai contoh diberikan dua portofolio efisien dengan $\mu_1 \leq \mu_2$ dan $\sigma_1 \leq \sigma_2$, sebagai orang yang berhati – hati mungkin akan lebih memilih σ_1 dengan risiko lebih kecil dan μ_1 dengan nilai *expected return* yang kecil. Sementara ada orang lain yang mungkin memilih risiko yang lebih besar yaitu σ_2 , namun dengan nilai *expected return* yang lebih besar dari μ_1 yaitu μ_2 [1].

2.6 Sequential Quadratic Programming

Sequential Quadratic Programming (SQP) adalah salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah persamaan nonlinear dengan kendala [5][6].

Berikut adalah bentuk umum dari SQP :

$$\min f(x) \quad (10)$$

$$\text{dengan } x \in \mathbb{R}^n \quad (11)$$

$$\text{s.t } h(x) = 0 \quad (12)$$

2.6.1 Kondisi Karush-Kuhn Tucker (KKT)

$$\nabla f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla h_i(x) = 0 \quad (13)$$

$$h(x) = 0 \quad (14)$$

dimana $\lambda \in \mathbb{R}^m$ adalah pengali Lagrange dengan kendala yang berbentuk persamaan. Jika menggunakan persamaan Lagrange

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) \quad (15)$$

Kondisi Kuhn –Tucker dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda) \end{pmatrix} = 0 \quad (16)$$

Metode SQP menyerupai metode Newton yang digunakan untuk mencari penyelesaian pada optimasi tidak berkendala. Ide utama dari SQP adalah memodelkan persoalan berkendala yang berbentuk persamaan pada titik awal $x^{(k)}$ kemudian mencari pendekatan $x^{(k+1)}$ dengan sub persoalan pemrograman kuadratis berbentuk:

$$\min \nabla f(x^{(k)})^T d + \frac{1}{2} d^T \nabla_x^2 \mathcal{L}(x^{(k)}, \lambda^{(k)}) d \quad (17)$$

$$\text{s. t. } h(x^{(k)}) + \nabla h(x^{(k)})^T d = 0 \quad (18)$$

dimana $d = x^{(k+1)} - x^{(k)}$

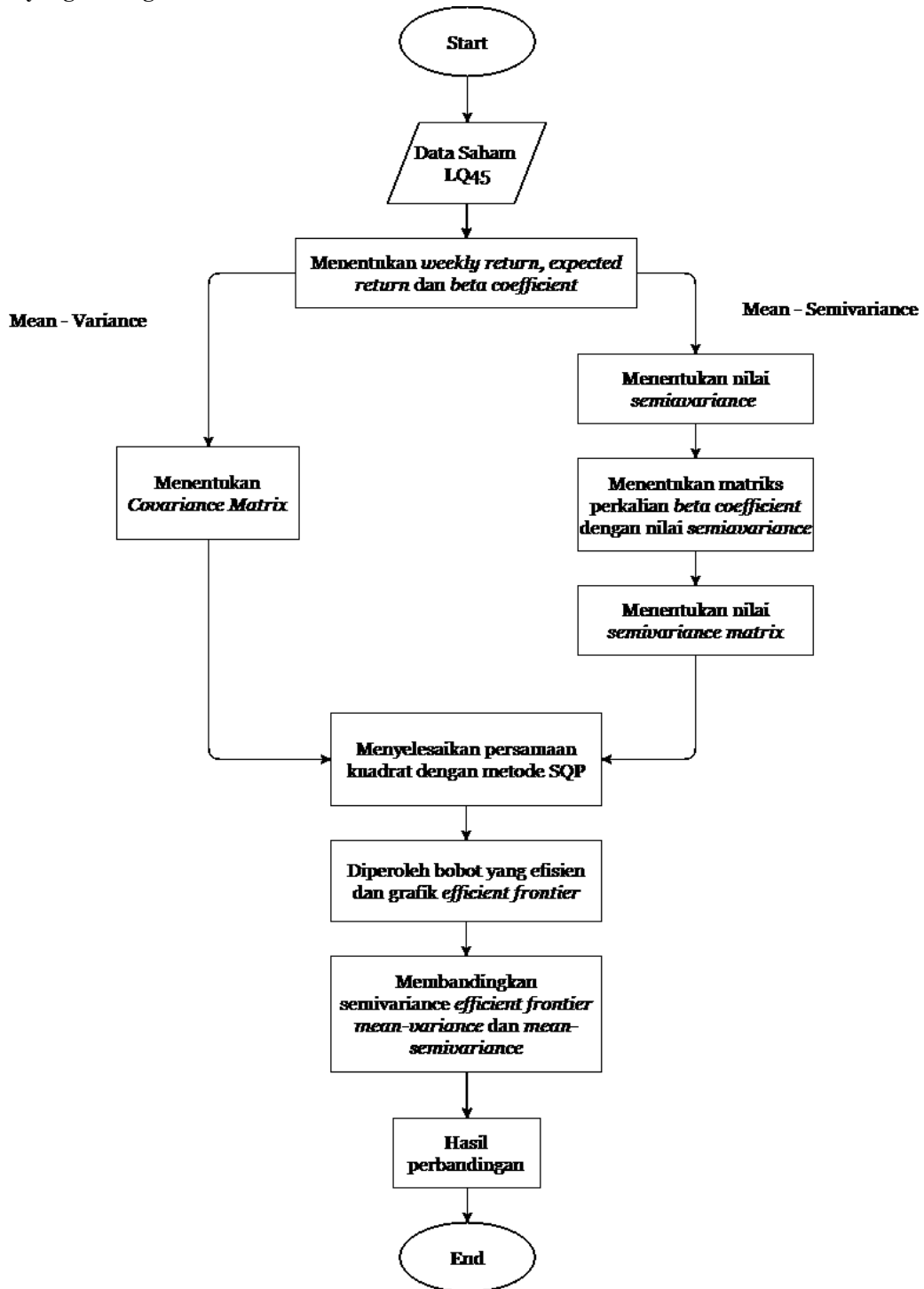
Algoritma secara umum dari SQP adalah sebagai berikut :

1. Tentukan $(x^{(0)}, \lambda^{(0)})$
2. Set $k = 0$
3. Tentukan persamaan Lagrange dari persoalan tersebut
4. Cari $\nabla f(x), \nabla h(x), \nabla \mathcal{L}(x, \lambda), \nabla^2 \mathcal{L}(x, \lambda)$
5. Bentuk sub problem dengan bentuk:

$$\begin{aligned} \min d^T \nabla f(x^{(k)}) + \frac{1}{2} d^T \nabla^2 \mathcal{L}(x^{(k)}, \lambda^{(k)}) d \\ \text{s. t. } d^T \nabla h(x^{(k)}) + h(x^{(k)}) = 0 \end{aligned}$$

6. Substitusikan nilai $(x^{(k)}, \lambda^{(k)})$ pada langkah ke – k
7. Menyelesaikan sistem Lagrange – Newton untuk mendapatkan $(d^{(k)}, \lambda^{(k)})$
8. $x^{(k+1)} = x^{(k)} + d^{(k)}$
9. Ulangi iterasi selanjutnya sampai menuju ke suatu solusi yang konvergen atau sampai iterasi tertentu

3. Sistem yang Dibangun



Gambar 1. Flowchart Sistem

3.1 Data saham

Data saham yang digunakan adalah data *close price* saham – saham LQ45 dari November 2007 sampai dengan Desember 2017. Data tersebut dibagi menjadi 2 yaitu data yang digunakan untuk membangun model adalah data saham dari bulan November 2007 sampai dengan Desember 2014. Kemudian data dari bulan Januari 2015 sampai dengan Desember 2017 digunakan sebagai data yang akan diuji dengan data model yang sudah dibangun dari data historik.

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai *close price* tiap minggu saham – saham LQ45 selama sepuluh tahun.

Tabel 1. Nilai *close price* tiap minggu saham – saham LQ45 dari bulan November 2007 – Desember 2017.

Tanggal	LQ45	1	...	32
		ADHI	...	WIKA
4/11/2007	598,76	1314,86	...	555,644
11/11/2007	585,34	1288,21	...	527,862
18/11/2007	563,6	1190,49	...	500,08
...
17/12/2017	1053,75	1900	...	1560
24/12/2017	1079,38	1885	...	1550
31/12/2017	1080,15	1895	...	1580

3.2 *Weekly return, expected return dan beta coefficient*

Nilai *weekly return* diambil dari nilai *return* saham per minggu. Sedangkan *expected return* merupakan nilai rata – rata dari *return* saham. *Beta coefficient* ditentukan sebagai berikut :

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\text{var}(R_M)}; \quad i = 1, 2, \dots, 32$$

dengan M menunjukkan sebagai indeks untuk *market*, “cov” dan “var” menyatakan kovariansi dan variansi, sedangkan R_i adalah *return* dari saham ke-i dan R_M *return* pada *market* portofolio (LQ45).

3.3 Menentukan *Covariance Matrix*

Covariance Matrix (V) dihitung berdasarkan informasi *weekly return* dari ke-32 saham yang didapat dari Tabel 2.

3.4 Menentukan *Semivariance Matrix*

Dari nilai *weekly return* yang didapat maka proses perhitungan nilai *semivariance matrix* ditentukan sebagai berikut.

Pertama, yaitu menentukan $v(R_M > E_M)$ yaitu nilai semivariansi (di atas nilai rata – rata) dari portofolio *market* M. Apabila nilai *weekly return* R_M lebih besar dari pada nilai *expected return* E_M maka hitung nilai *square deviation* yaitu $(R_M - E_M)^2$. Sedangkan jika sebaliknya, apabila nilai *weekly return* kurang dari atau sama dengan nilai *expected return*, maka *square deviation* bernilai nol. Nilai semivariansi didapat dengan menjumlahkan nilai *square deviation* dan kemudian dibagi dengan banyaknya nilai *return* yang diamati.

Kedua, dari nilai beta pada Tabel 2 dan semivariansi yang sudah didapat dari langkah di atas, maka hitung matriks B dimana komponennya adalah:

$$\beta_j \beta_h v(R_M > E_M)$$

Ketiga, menentukan *semivariance matrix* yang merupakan hasil pengurangan antara matriks V dengan matriks B.

3.5 Membandingkan nilai semivariansi dari *efficient frontier* portofolio *mean-semivariance* dan portofolio *mean-variance*

Menentukan nilai semivariansi dari portofolio *mean-variance* dan *mean-semivariance* dengan *expected return* yang ditentukan (E_0) adalah 0,005; 0,006; 0,007; 0,008; 0,009; 0,01; 0,015; 0,02; 0,025; 0,03 sehingga membentuk *efficient frontier* dari portofolio *mean-semivariance* dan *mean-variance*.

3.6 Membandingkan nilai semivariansi secara teoretik dari data historik dengan nilai semivariansi yang diperoleh dari data uji

Perbandingan nilai semivariansi pada portofolio *mean-variance* dan portofolio *mean-semivariance* antara data historik yang sudah dibangun dengan menggunakan data dari tahun 2007 sampai dengan 2014 dengan data uji yang menggunakan data dari tahun 2015 sampai dengan 2017.

3.7 Pertumbuhan portofolio yang didapat dengan menggunakan data uji

Simulasi pertumbuhan portofolio pada data uji dari tahun 2015 sampai dengan 2017.

4. Evaluasi

4.1 Hasil Pengujian

4.1.1 Membangun fungsi model

- a. *Weekly return, expected return* dan *beta coefficient* dari data model

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai *weekly return, expected return* dan *beta coefficient* dari saham – saham LQ45.

Tabel 2. Nilai *weekly return, expected return* dan *beta* saham – saham LQ45 bulan November 2007 – Desember 2014

Tanggal	<i>Weekly return</i>			
	LQ45	ADHI	...	WIKA
	R_M	R_1	...	R_{32}
4/11/2007	-0,02241	-0,02027	...	-0,05000
11/11/2007	-0,03714	-0,07586	...	-0,05263
18/11/2007	0,05016	0,02239	...	0,00000
...
14/12/2014	0,00541	0,07807	...	0,05680
21/12/2014	0,01377	0,10170	...	0,03960
28/12/2014	-0,00476	-0,00420	...	0,00000
<i>Expected Return</i>		0,0055	...	0,0069
Beta		1,2758	...	0,9901

- b. Hasil *Covariance Matrix* dari data model

Berikut adalah tabel yang menunjukkan *covariance matrix (V)* dari *return* 32 saham LQ45.

Tabel 3. *Covariance Matrix* dari *return* 32 saham November 2007 – Desember 2014

		1	...	32
		ADHI	...	WIKA
1	ADHI	0,0063	...	0,0038
...
32	WIKA	0,0038	...	0,0040

- c. Hasil nilai *semivariance above the mean* dari data model

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai semivariansi dari data model.

Tabel 4. Menentukan nilai semivariansi $v(R_M > E_M)$

Tanggal	LQ45	Nilai Rata – rata	<i>Square Deviation</i>
	R_M	E_M	Jika $R_M > E_M$ maka $(R_M - E_M)^2$ Jika $R_M \leq E_M$ maka 0
4/11/2007	-0,02241	0,00180	0
11/11/2007	-0,03714	0,00180	0
18/11/2007	0,05016	0,00180	0,002338
...
14/12/2014	0,00541	0,00180	1,3E-05
21/12/2014	0,01377	0,00180	0,000143
28/12/2014	-0,00476	0,00180	0
<i>Jumlah square deviation</i>			0,22239
<i>Banyaknya weekly return yang diamati</i>			374
<i>Semivariansi $v(R_M > E_M)$</i>			0,000595

- d. Hasil Matriks B dari data model

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai dari komponen matriks B.

Tabel 5. Matriks B yang merupakan hasil dari $\beta_j \beta_h v (R_M > E_M)$

		1	...	32
		ADHI	...	WIKA
1	ADHI	0,0010	...	0,0008
...
32	WIKA	0,0008	...	0,0006

e. Hasil Semivariance Matrix dari data model

Berikut adalah tabel yang menunjukkan hasil dari *semivariance matrix*.

Tabel 6. *Semivariance Matrix* (matriks B – V)

		1	...	32
		ADHI	...	WIKA
1	ADHI	0,0053	...	0,0030
...
32	WIKA	0,0030	...	0,0034

4.1.2 Membangun fungsi uji dari data uji

a. *Weekly return, expected return* dan *beta coefficient* dari data uji

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai *weekly return, expected return* dan *beta coefficient* dari saham – saham LQ45.

Tabel 7. Nilai weekly return, expected return dan beta saham – saham LQ45 bulan November 2007 – Desember 2014

Tanggal	<i>Weekly return</i>			
	LQ45	ADHI	...	WIKA
	R_M	R_1	...	R_{32}
4/1/2015	-0,01390	-0,02669	...	-0,02993
11/1/2015	0,04533	0,06494	...	0,02525
18/1/2015	-0,01562	0,00135	...	0,02462
...
10/12/2017	0,02295	0,02703	...	-0,01887
17/12/2017	0,02432	-0,00789	...	-0,00641
24/12/2017	0,00071	0,00531	...	0,01935
<i>Expected Return</i>		-0,0020	...	-0,0039
Beta		0,9650	...	0,7489

b. Hasil Covariance Matrix dari data uji

Berikut adalah tabel yang menunjukkan *covariance matrix* (V) dari return 32 saham LQ45.

Tabel 8. *Covariance Matrix* dari return 32 saham Januari 2015 – Desember 2017

		1	...	32
		ADHI	...	WIKA
1	ADHI	0,0027	...	0,0014
...
32	WIKA	0,0014	...	0,0021

c. Hasil nilai *semivariance above the mean* dari data uji

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai semivariansi dari data model.

Tabel 9. Menentukan nilai semivariansi $v (R_M > E_M)$

Tanggal	LQ45	Nilai Rata – rata	<i>Square Deviation</i>
	R_M	E_M	Jika $R_M > E_M$ maka $(R_M - E_M)^2$ Jika $R_M \leq E_M$ maka 0
4/1/2015	-0,01390	0,00146	0
11/1/2015	0,04533	0,00146	0,001925

18/1/2015	-0,01562	0,00146	0
...
10/12/2017	0,02295	0,00146	0,000462
17/12/2017	0,02432	0,00146	0,000523
24/12/2017	0,00071	0,00146	0
Jumlah <i>square deviation</i>			0,04721
Banyaknya <i>weekly return</i> yang diamati			156
Semivariansi $v (R_M > E_M)$			0,000303

d. Hasil Matriks B dari data uji

Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai dari komponen matriks B.

Tabel 10. Matriks B yang merupakan hasil dari $\beta_j \beta_h v (R_M > E_M)$

		1	...	32
		ADHI	...	WIKA
1	ADHI	0,2818E-03	...	0,2187E-03
...
32	WIKA	0,2187E-03	...	0,1697E-03

e. Hasil Semivariance Matrix dari data uji

Berikut adalah tabel yang menunjukkan hasil dari *semivariance matrix*.

Tabel 11. *Semivariance Matrix* (matriks B – V)

		1	...	32
		ADHI	...	WIKA
1	ADHI	0,0024	...	0,0012
...
32	WIKA	0,0012	...	0,0019

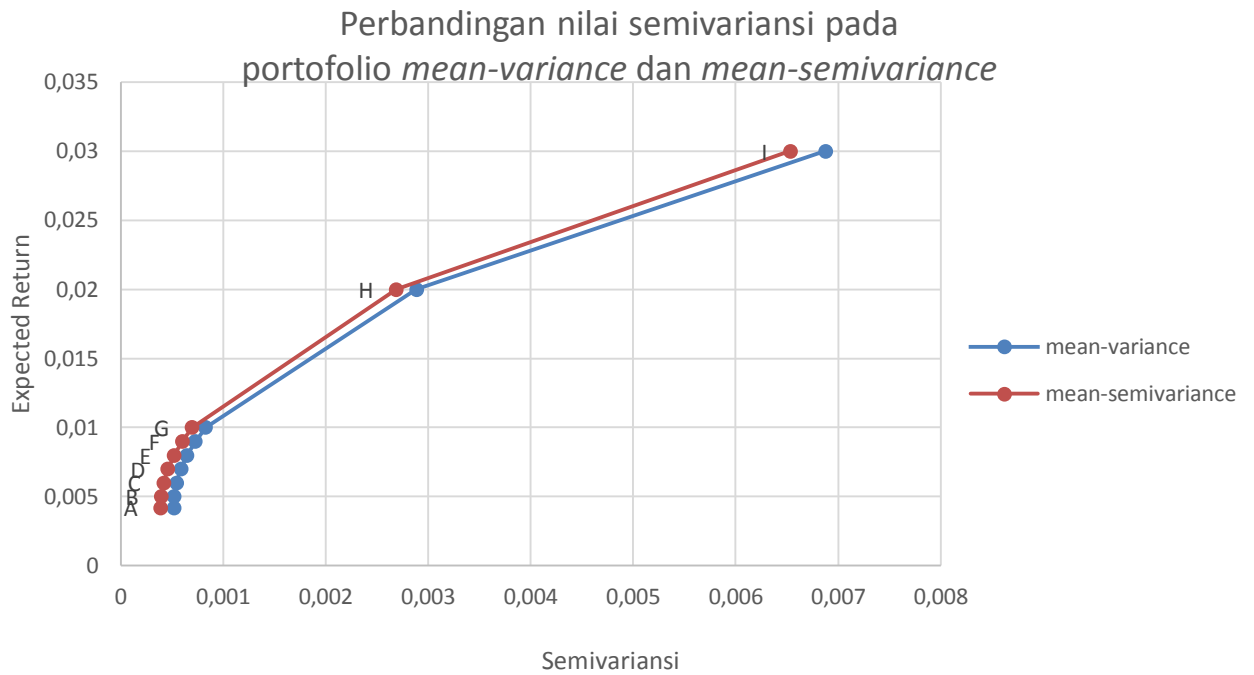
4.1.3 Membandingkan nilai semivariansi dari *efficient frontier portofolio mean-semivariance* dan portofolio *mean-variance*

Berikut merupakan tabel perbandingan nilai semivariansi antara portofolio *mean-semivariance* dan *mean-variance*.

Tabel 12. Perbandingan nilai semivariansi dari portofolio *mean-variance* dan *mean-semivariance*

Titik	Ekspektasi Return	Semivariansi	
		Mean - Variance	Mean - Semivariance
A	0,0042	0,00051617	0,00038756
B	0,005	0,00052036	0,00039305
C	0,006	0,0005429	0,00041655
D	0,007	0,00058481	0,00045855
E	0,008	0,00064594	0,00051906
F	0,009	0,00072644	0,00059807
G	0,01	0,00082624	0,00069558
H	0,02	0,0028862	0,0026883
I	0,03	0,0068768	0,0065313

Sedangkan ketika diuji dengan menggunakan bobot yang sama (*at equal weight*) pada ke 32 saham, nilai semivariansinya adalah 0,23048 dan *expected return* bernilai 0,0338.



Gambar 2. Grafik *Efficient Frontier* portofolio *Mean – Variance* dan *Mean Semivariance*

4.1.4 Membandingkan nilai semivariansi secara teoretik dari data historik dengan nilai semivariansi yang diperoleh dari data uji

Untuk membandingkan nilai semivariansi secara teoretik dan nilai semivariansi dari data uji, maka diambil sebagai sampel adalah titik A, H dan I. Kemudian bobot pada ketiga titik tersebut adalah:

Tabel 13. Bobot portofolio pada titik A, H dan I

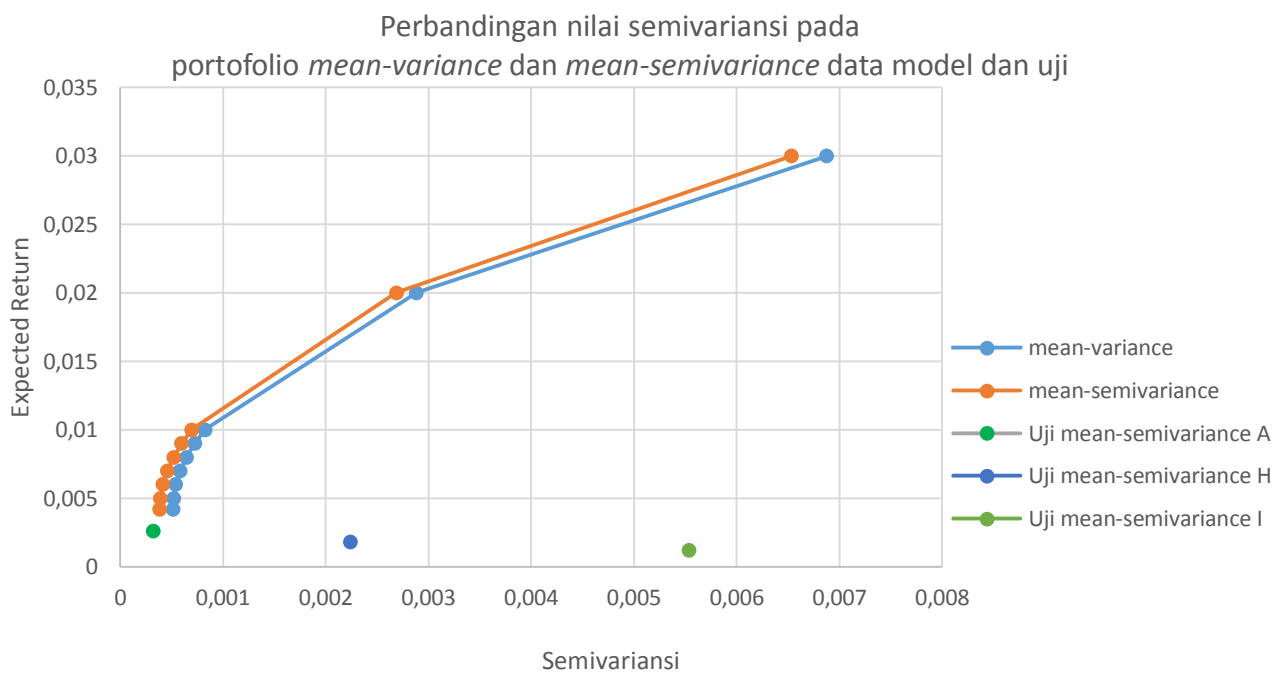
Titik A		Titik H		Titik I	
X1	-0,0564	X1	-0,0754	X1	-0,0875
X2	0,0007	X2	0,1224	X2	0,1997
X3	0,0149	X3	-0,3156	X3	-0,5250
X4	-0,0385	X4	-0,0088	X4	0,0100
X5	0,1193	X5	0,2809	X5	0,3835
X6	-0,0360	X6	0,0667	X6	0,1314
X7	-0,0222	X7	-0,0296	X7	-0,0339
X8	0,0521	X8	0,0395	X8	0,0315
X9	-0,0139	X9	-0,0649	X9	-0,0973
X10	0,0098	X10	-0,0815	X10	-0,1393
X11	0,0203	X11	-0,1557	X11	-0,2674
X12	0,0474	X12	-0,0626	X12	-0,1324
X13	0,0453	X13	0,0898	X13	0,1181
X14	0,2626	X14	0,3335	X14	0,3784
X15	-0,0016	X15	0,4460	X15	0,7300
X16	0,0239	X16	0,0142	X16	0,0082
X17	0,0179	X17	-0,3798	X17	-0,6323
X18	0,0398	X18	0,0793	X18	0,1042
X19	-0,0063	X19	0,1840	X19	0,3047
X20	0,0482	X20	-0,1059	X20	-0,2035
X21	-0,0001	X21	0,0006	X21	0,0010
X22	0,0060	X22	-0,0529	X22	-0,0904
X23	0,0419	X23	0,1389	X23	0,2005

X24	0,0511	X24	-0,0099	X24	-0,0484
X25	0,0013	X25	0,0391	X25	0,0630
X26	0,0107	X26	0,1206	X26	0,1903
X27	0,0296	X27	0,2135	X27	0,3303
X28	0,0339	X28	-0,0009	X28	-0,0231
X29	0,1675	X29	-0,3709	X29	-0,7125
X30	-0,0450	X30	0,0466	X30	0,1045
X31	0,1527	X31	0,2661	X31	0,3382
X32	0,0179	X32	0,2327	X32	0,3656
Semivariansi	0,00032339	Semivariansi	0,0022429	Semivariansi	0,0055358
E0	0,0026	E0	0,0018	E0	0,0012

Dari tabel di atas dapat dibuat tabel perbandingan antara semivariansi pada data teoretik dan semivariansi pada data uji sebagai berikut.

Tabel 14. Perbandingan nilai semivariansi dan ekspektasi *return* data teoretik dan data uji

Titik	Ekspektasi Return		Semivariansi	
	Teoretik	Uji	Teoretik	Uji
A	0,0042	0,0026	0,00038756	0,00032339
H	0,02	0,0018	0,0026883	0,0022429
I	0,03	0,0012	0,0065313	0,0055358



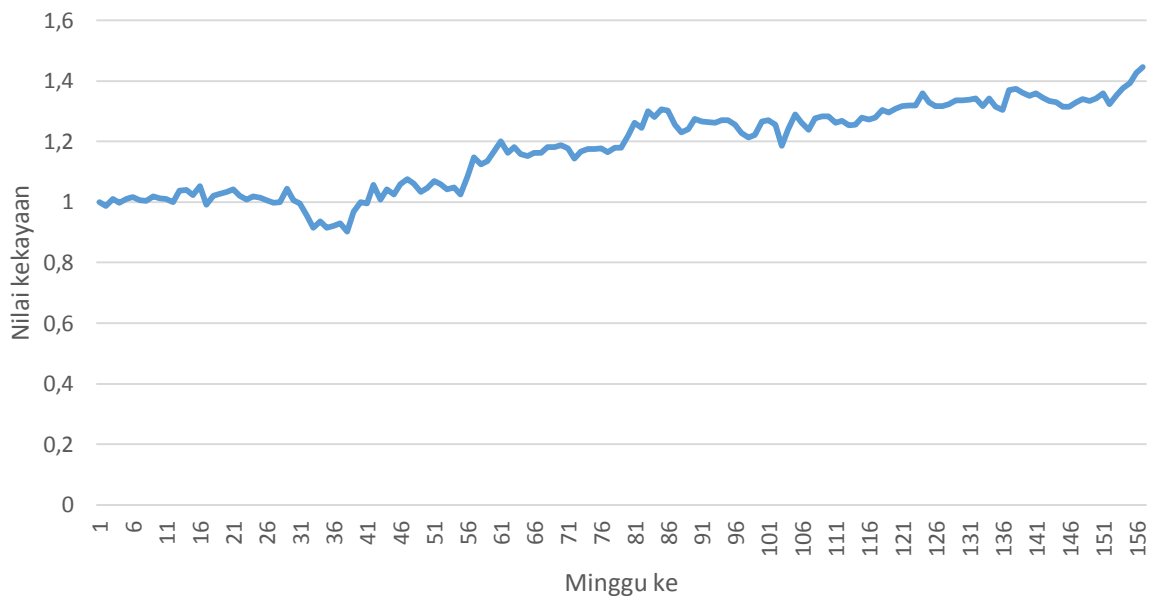
Gambar 3. Grafik *Efficient Frontier* portofolio *Mean – Variance* dan *Mean – Semivariance* Data Teoretik dan Data Uji

4.1.5 Pertumbuhan portofolio yang didapat dengan menggunakan data uji

Setelah mendapatkan bobot yang paling meminimumkan nilai semivariance pada mean-semivariance data model, selanjutnya akan diimplementasikan pada data uji mengenai pertumbuhan portofolionya. Dengan nilai return selama 3 tahun yang sudah diketahui, dan bobot yang paling meminimumkan nilai semivariance juga sudah diketahui, maka dapat ditentukan nilai return portofolionya dengan menggunakan persamaan (3) atau (7). Misalkan kekayaan awalnya sebesar 1, maka pertumbuhan portofolio selama tiga tahun:

Tabel 15. Pertumbuhan portofolio selama tiga tahun

Tanggal	Minggu ke - i	Return Portofolio	Kekayaan Awal = 1
4/1/2015	1	-0,01256	0,987443
11/1/2015	2	0,023421	1,01057
18/1/2015	3	-0,01204	0,998399
...
10/12/2017	154	0,012827	1,392983
17/12/2017	155	0,024287	1,426815
24/12/2017	156	0,0131	1,445505

Grafik Kekayaan selama 3 tahun**Gambar 4.** Grafik pertumbuhan portofolio selama tiga tahun

4.2 Analisis Hasil Pengujian

Dari hasil pengujian nilai semivariansi dari *efficient frontier* portofolio *mean-semivariance* dan portofolio *mean-variance*, terlihat bahwa nilai semivariansi portofolio *mean-semivariance* selalu lebih kecil dibandingkan dengan nilai semivariansi portofolio *mean-variance* pada semua ekspektasi return.

Dari Tabel 14 dapat dilihat bahwa pada titik A nilai ekspektasi return pada data uji lebih kecil dari pada return secara teoretik, namun selisihnya tidak terlalu besar. Begitu pun nilai semivariansi pada data uji lebih kecil dibandingkan dengan semivariansi secara teoretik. Kemudian pada titik H nilai ekspektasi return pada data uji juga lebih kecil, dengan selisih yang sangat jauh dari ekspektasi return secara teoretik. Nilai semivariansi pada data uji juga lebih kecil dibandingkan semivariansi secara teoretik. Pada titik I juga hampir sama dengan titik H yaitu nilai ekspektasi return pada data uji memiliki selisih yang sangat jauh dari ekspektasi return secara teoretik. Nilai semivariansi pada data uji juga lebih kecil dibandingkan semivariansi secara teoretik.

Pada Gambar 3 walau pun pertumbuhan portofolio naik turun, akan tetapi lebih cenderung bernilai positif, sehingga selama tiga tahun jumlah kekayaan yang awalnya bernilai 1 kemudian bertambah menjadi 1,4.

5. Kesimpulan

Kesimpulan berdasarkan eksperimen di atas adalah nilai semivariansi dari portofolio *mean-semivariance* lebih kecil dibandingkan dengan nilai semivariansi dari portofolio *mean-variance* pada tingkat ekspektasi return yang sama.

Daftar Pustaka

- [1] Capinski, Marek., Tomasz Zastawniak. 2003. *Mathematic for Finance: An Introduction to Financial Engineering*. London : Springer.
- [2] Pla – Santamaria D., M. Bravo. 2012. Portfolio optimization based on downside risk: a mean-semivariance efficient frontier from Dow Jones blue chip. New York: Springer Science.
- [3] Macedo, L.L., Pedro Godinho, Maria J.A. 2017. Mean-semivariance portfolio optimization with multiobjective evolutionary algorithms and technical analysis rules. Portugal: Elsevier.
- [4] Halicki, Marcin., Andreas Uphaus. 2014. The Efficient Frontier and International Portfolio Diversification. Jerman: Bielefeld University of Applied Science.
- [5] Yani. 2011. Metode Sequential Quadratic Programming (SQP) untuk Menyelesaikan Persoalan Nonlinear Berkendala. Medan : Universitas Sumatera Utara.
- [6] Chapter 4 Sequential Quadratic Programming. [Online] Available at: https://www.math.uh.edu/~rohop/fall_06/Chapter4.pdf [Accessed 1 November 2017].
- [7] Natalia, Euginia., Darminto, M.G. Wi Endang. 2012. Penentuan Portofolio Saham yang Optimal Dengan Model Markowitz sebagai Dasar Penetapan Investasi Saham. Malang: Universitas Brawijaya.