

**PERANCANGAN RUTE DISTRIBUSI PENGIRIMAN BARANG  
MENGUNAKAN MODEL *MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING*  
UNTUK MEMINIMASI BIAYA TRANSPORTASI PADA PT XYZ  
*DESIGNING OF GOODS DELIVERY DISTRIBUTION ROUTES USING  
MODEL MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING TO MINIMIZE  
TRANSPORTATION COSTS AT PT XYZ***

Jerrico Nase Natalin<sup>1</sup>, Muhammad Nashir Ardiansyah<sup>2</sup>, Putu Giri Artha Kusuma.<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Universitas Telkom, Bandung

<sup>1</sup>Jerriconasenatalin@student.telkomuniversity.ac.id,

<sup>2</sup>nashirardiansyah@telkomuniversity.ac.id, <sup>3</sup>putugiriak@telkomuniversity.ac.id

**Abstrak**

Distribusi adalah suatu yang penting dalam *supply chain*, karena distribusi merupakan kegiatan berpindahnya produk dari *supplier* untuk sampai ke pelanggan. Salah satu kegiatan yang terikat dengan distribusi adalah transportasi. Biaya yang ditimbulkan dapat mempengaruhi harga produk dan keuntungan yang akan didapat oleh perusahaan. PT XYZ merupakan perusahaan yang bergerak dalam industri pengolahan kertas yang terletak di kota Bekasi, Jawa Barat. PT XYZ melayani permintaan dari seluruh Indonesia, dan membagi kegiatan distribusi menjadi 2 kategori yaitu Jabodetabek dan Luar jabodetabek. PT XYZ memiliki permasalahan biaya transportasi pada kategori Jabodetabek yaitu biaya transportasi melebihi *target costing* yang telah ditetapkan. Pada tugas akhir ini akan dilakukan perancangan rute yang akan digunakan dalam distribusi produk yang bertujuan untuk meminimasi biaya transportasi, karakteristik permasalahan yang dialami oleh PT XYZ termasuk ke dalam permasalahan *vehicle routing problem* (VRP) dengan karakteristik adanya *time window* yang dimiliki pelanggan berbeda-beda. Pada tugas akhir ini menggunakan metode *mixed-integer linear programming* (MILP) dalam merancang rute usulan, dimana model dapat mengurangi jarak tempuh dan biaya transportasi. Hasil dari tugas akhir ini adalah rute usulan yang dirancang dapat menurunkan biaya transportasi sebesar 22,72% dari kondisi eksisting. Biaya transportasi yang dihasilkan rute usulan lebih rendah 16% dari target biaya transportasi yang ditetapkan oleh perusahaan.

**Kata kunci :** Distribusi, *Vehicle Routing Problem*, *time window*. *Mixed Integer Linear Programming*

**Abstract**

*Distribution is an important thing in the supply chain because distribution is the activity of moving products from suppliers to get to customers. The costs incurred can affect the price of the product and the profits to be obtained by the company. PT XYZ is a company engaged in the paper industry located in Bekasi, West Java. PT XYZ requests from all over Indonesia, PT XYZ divides distribution activities into 2 categories namely Jabodetabek and outside Jabodetabek. PT XYZ has problems with transportation costs in the Jabodetabek category namely transportation costs that exceed the predetermined target costing. In this final assignment will design a route that will be used in product distribution which aims to minimize transportation costs. This final assignment will design a route that will be used in product distribution which aims to minimize transportation costs, the characteristics of the problems experienced by PT XYZ are included in the vehicle routing problem (VRP) problem with the characteristics of the time window owned by different customers. In this final assignment, mixed-integer linear programming (MILP) method is used in designing the proposed route, where the model can reduce travel distance and transportation costs. The result of this final assignment is that the proposed route is designed to reduce transportation costs by 22.72% from the existing condition. The transportation cost generated by the proposed route is 16% lower than the transportation cost target set by the company.*

**Keywords :** *Distribution, Vehicle Routing Problem, time window. Mixed Integer Linear Programming*

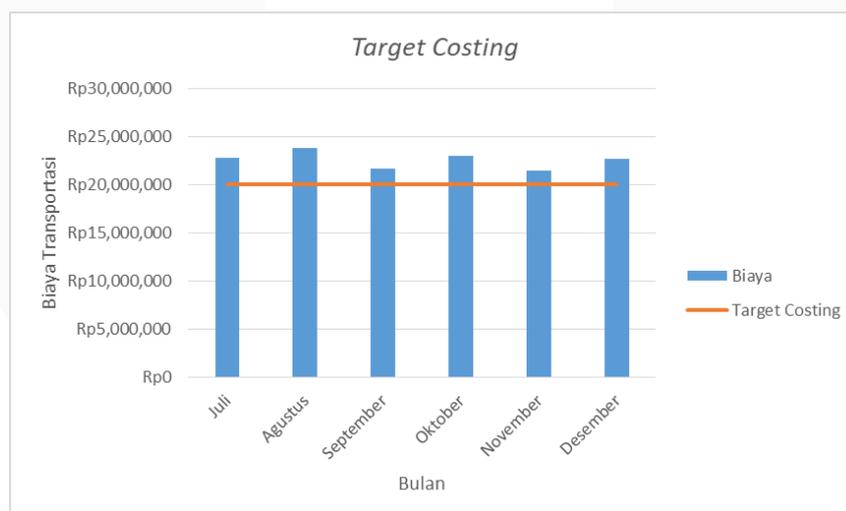
## I. Pendahuluan

Industri kertas adalah industri yang penting dalam perekonomian Indonesia. Produk yang dihasilkan dari industri kertas banyak digunakan dalam aktivitas masyarakat Indonesia. Persaingan industri kertas di Indonesia sangatlah ketat oleh karena itu banyak perusahaan mulai melakukan banyak inovasi agar tidak terjadi *collapse*.

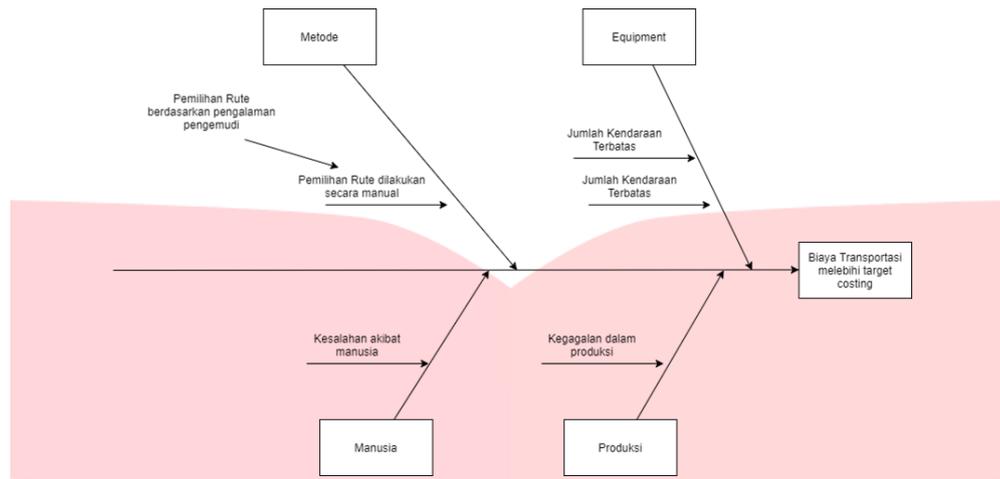
Saat ini banyak perusahaan yang sudah merubah fokusnya dalam bersaing dengan perusahaan lain yang awalnya berfokus pada antar perusahaan berubah menjadi berfokus bersaing dalam rantai pasok (*supply chain*) perusahaan tersebut [1]. Persaingan ketat di pasar global saat ini mengenalkan produk dengan siklus hidup yang pendek dan harapan tinggi dari pelanggan, memaksa perusahaan bisnis untuk berinvestasi dan memusatkan perhatian pada hubungan antara pelanggan dan pemasok [2].

PT XYZ merupakan perusahaan manufaktur yang beroperasi dalam produksi pengolahan kertas. PT XYZ memiliki pabrik yang berlokasi di Kota Bekasi. Perusahaan ini melayani pelanggan dari berbagai daerah di Indonesia. Untuk pendistribusian PT XYZ membagi menjadi 2 kategori yaitu Jabodetabek dan Luar Jabodetabek. Untuk pengiriman kategori Jabodetabek PT XYZ mengirimkan menggunakan kendaraan yang dimiliki oleh PT XYZ dan untuk kategori Luar Jabodetabek PT XYZ menggunakan jasa ekspedisi untuk mengirimkan produk mereka. Pada pengiriman Jabodetabek pengiriman menggunakan truk box CDE dengan kapasitas 400 box dengan jumlah unit kendaraan sebanyak 3 unit. PT XYZ mengirimkan barang sesuai dengan jumlah pesanan dari pelanggan. Pengiriman barang ke pelanggan dilakukan sesuai kontrak kerja yang disepakati oleh PT XYZ dan pelanggan. Pengiriman dilakukan dari senin-jumat dan hari libur jika didapatkan kesepakatan.

Perusahaan menetapkan target biaya transportasi pada kategori Jabodetabek sebesar Rp20.000.000 untuk setiap bulannya. Karena hal tersebut perusahaan mengalami permasalahan yaitu biaya transportasi yang dikeluarkan oleh perusahaan melebihi dari target biaya yang ditentukan sebelumnya oleh perusahaan. Biaya yang melebihi *target costing* dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Target Costing



Gambar 2 Fishbone Diagram

Terdapat permasalahan yang dialami oleh PT.XYZ yaitu biaya yang dikeluarkan dalam transportasi melebihi *target costing* yang ditetapkan oleh PT XYZ terlihat pada Gambar 2. Pada perusahaan PT XYZ menetapkan *target costing* sebesar Rp.20.000.000 untuk setiap bulannya nyatanya biaya yang dikeluarkan melebihi *target costing* tersebut. Biaya yang melebihi *target costing* tersebut dapat dilihat pada Gambar 1. Penyebab dari lebihnya biaya transportasi dari yang telah ditargetkan oleh perusahaan ditunjukkan pada Gambar 2. Setelah dilakukan analisis didapatkan bahwa penentuan rute yang masih manual menjadi penyebab paling mempengaruhi tingginya biaya transportasi. Permasalahan penentuan rute pengiriman barang dapat dikategorikan kedalam permasalahan *Vehicle Routing Problem* (VRP). Pada permasalahan penentuan rute ini PT XYZ harus mengirimkan ke pelanggan dengan jam buka-tutup yang berbeda-beda dan adanya keterbatasan kapasitas kendaraan yang dimiliki oleh PT XYZ menjadikan permasalahan ini termasuk ke dalam kategori *Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Window* (CVRPTW).

## II. Landasan Teori

### II.1 Manajemen Rantai Pasok

Rantai pasok atau *Supply Chain* adalah semua hal yang terlibat, secara langsung maupun tidak langsung, dalam pemenuhan permintaan pelanggan. Rantai pasokan tidak hanya terdiri dari produsen dan pemasok, tetapi juga termasuk operator, gudang, *retailers*, dan pelanggan itu sendiri. Seperti pada organisasi manufaktur, rantai pasok mencakup seluruh hal yang terlibat dalam penerimaan dan pemenuhan permintaan konsumen. Tindakan ini termasuk juga pengembangan produk baru, pemasaran, operasi, distribusi, keuangan, dan layanan pada pelanggan [3]. Rantai Pasok merupakan suatu jaringan perusahaan yang bekerjasama untuk menciptakan serta mendistribusikan produk hingga kepada konsumen [4]. Jaringan perusahaan yang dimaksud adalah *supplier*, pabrik, distributor, retailer dan perusahaan pendukung.

### II.2 Manajemen Transportasi dan Distribusi

Distribusi merupakan pengambilan langkah-langkah untuk memindahkan dan menyimpan produk dari tahap *supplier* ke tahap konsumen dalam rantai pasok. Distribusi dapat terjadi di antara setiap tahap dalam rantai pasok contohnya dari tahap *supplier* ke tahap produsen atau manufaktur yaitu terjadi pemindahan bahan baku di antara pasangan tersebut. Sedangkan, untuk tahap produsen atau manufaktur ke tahap konsumen atau konsumen akhir merupakan pemindahan produk jadi. Dikarenakan distribusi mempengaruhi biaya rantai pasok dan nilai pelanggan secara langsung, sehingga distribusi adalah kunci dari keuntungan dari perusahaan, jaringan distribusi yang sesuai dapat digunakan untuk mencapai beberapa variasi dari tujuan *supply chains* yaitu mulai dari biaya yang rendah hingga *responsiveness* yang tinggi [3].

Transportasi mengacu pada melakukan perpindahan produk dari satu lokasi ke lokasi lainnya yang mana produk tersebut bergerak dari awal *supply chains* hingga menuju ke konsumen. Bidang transportasi atau bidang logistik adalah salah satu pendorong performansi dari *supply chains* yang

mana transportasi ini memiliki pengaruh yang besar dalam *responsiveness* dan efisiensi dari *supply chains*. Ketika perusahaan menginginkan tingkat *responsiveness* yang baik akan berdampak pada besarnya biaya transportasi yang dikeluarkan begitu pula jika menginginkan efisiensi maka perusahaan dapat meminimalkan biaya transportasinya namun *responsiveness*-nya akan berkurang. Biaya transportasi terdapat dalam *outbound transportation cost* dan *inbound transportation cost*. *Outbound transportation cost* untuk pengiriman kepada pelanggan biasanya termasuk dalam biaya penjualan, umum, dan administrasi, sedangkan biaya *inbound transportation cost* biasanya termasuk dalam *cost of goods sold* oleh karena itu biaya transportasi ini adalah salah satu yang mempengaruhi harga dari suatu produk. Moda dalam transportasi terdapat berbagai jenis salah satunya yaitu laut [3].

### II.3 Biaya Distribusi

Biaya distribusi merupakan biaya-biaya yang dikeluarkan untuk menjual dan membawa produk ke pasar. Biaya distribusi adalah biaya yang dikeluarkan dari mulai barang selesai dibuat sampai ke tangan konsumen, di mana yang termasuk jenis biaya ini meliputi biaya penjualan, biaya pengiriman dan sebagainya [5]. Biaya distribusi merupakan biaya yang terjadi guna memasarkan atau mengirimkan suatu produk. Dari kedua pengertian diatas dapat disimpulkan bahwa biaya distribusi adalah biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk memasarkan atau mengirimkan produknya hingga sampai ke tangan konsumen. Biaya yang dikeluarkan termasuk biaya penjualan, pengiriman, dan sebagainya [6],

### II.4 Vehicle Routing Problem (VRP)

*Vehicle Routing Problem* (VRP) merupakan permasalahan dalam sistem distribusi yang bertujuan untuk membuat suatu rute yang optimal, dengan sekelompok kendaraan yang sudah diketahui kapasitasnya, agar dapat memenuhi permintaan konsumen dengan lokasi dan jumlah permintaan yang telah diketahui. Suatu rute yang optimal adalah rute yang memenuhi berbagai kendala operasional, yaitu memiliki total jarak dan waktu perjalanan yang ditempuh terpendek dalam memenuhi permintaan konsumen serta menggunakan kendaraan dalam jumlah yang terbatas [7]. Berikut ini adalah beberapa kendala atau batasan yang harus dipenuhi dalam VRP yaitu:

1. Rute kendaraan harus dimulai dari depot dan berakhir di depot,
2. Masing-masing konsumen harus dikunjungi sekali dengan satu kendaraan,
3. Kendaraan yang digunakan adalah homogen dengan kapasitas tertentu, sehingga permintaan konsumen pada setiap rute yang dilalui tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan.
4. Jika kapasitas kendaraan sudah mencapai batas, maka konsumen berikutnya akan dilayani oleh shift berikutnya.

Tujuan umum penyelesaian VRP menurut Toth dan Vigo (2002) adalah

1. Meminimalkan jarak dan biaya yang berhubungan dalam pendistribusian barang.
2. Meminimalkan jumlah kendaraan yang digunakan dalam memenuhi permintaan pelanggan.
3. Menyeimbangkan rute-rute dalam perjalanan dan kapasitas kendaraan yang dipakai.
4. Meminimalkan kerugian yang diakibatkan dari pelayanan distribusi barang ke pelanggan.

### II.5 Klasifikasi Jenis-jenis VRP

Terdapat beberapa jenis permasalahan VRP yang bergantung pada jumlah pembatas dan tujuan yang ingin dicapai. Berikut merupakan jenis VRP [8].

1. *Multiple Trips Vehicle Routing Problem* (MTVRP)  
Kendaraan yang digunakan dapat melayani lebih dari satu rute karena terbatasnya kendaraan untuk memenuhi permintaan pelanggan.
2. *Vehicle Routing Problem with Time Window* (VRPTW)  
Permasalahan VRP yang merupakan setiap pelanggan memiliki waktu tertentu untuk dilakukan pelayanan yang telah disepakati sebelumnya.
3. *Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem*  
Terdapat sejumlah barang yang perlu dipindahkan dari lokasi penjemputan tertentu ke lokasi pengiriman lainnya
4. *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP)  
Kendaraan yang memiliki keterbatasan daya angkut (kapasitas) barang yang harus diantarkan ke suatu tempat.

5. *VRP with Multiple Products*  
Pengantaran kepada pelanggan yang memiliki beberapa jenis barang yang harus dikirim.
6. *Multiple Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)*  
Permasalahan VRP yang merupakan perusahaan yang memiliki beberapa depot awal di beberapa tempat yang berbeda.
7. *Periodic Vehicle Routing Problem*  
Permasalahan VRP yang dimana terdapat pelanggan yang wajib dikunjungi berulang kali dalam melakukan satu masa perencanaan pengiriman barang.
8. *VRP with Heterogeneous Fleet of Vehicles*  
Kendaraan yang dimiliki memiliki perbedaan satu dengan yang lainnya, misalnya jumlah dan tipe kendaraan.

## II.6 Algoritma Penentuan Rute

Dalam menentukan rute atau penyelesaian permasalahan VRP pada umumnya menggunakan algoritma penentuan rute. Algoritma penentuan rute dibagi menjadi 3 yaitu algoritma eksak, algoritma heuristik, dan algoritma metaheuristik. Berikut ini merupakan penjelasan singkat dari algoritma tersebut:

1. Algoritma Eksak  
Algoritma eksak merupakan algoritma yang akan menghasilkan solusi langsung dengan mencoba semua permutasi dan melihat mana yang terbaik dari permutasi tersebut. Contoh yang tergolong dalam algoritma eksak adalah algoritma *branch and bound* dan algoritma *cutting plane*.
2. Algoritma Heuristik  
Algoritma heuristik merupakan algoritma aproksimasi, yang dengan cepat menghasilkan solusi yang baik untuk masalah yang besar. Metode ini umumnya dapat menemukan solusi untuk masalah yang sangat besar (jutaan kota) dalam waktu wajar dengan probabilitas tinggi hanya 2-3% dari solusi optimal. Beberapa algoritma yang termasuk dalam algoritma heuristik adalah algoritma *nearest neighbor*, *nearest insertion*, *clarke and wright* dan lain sebagainya.
3. Algoritma Metaheuristik  
Algoritma metaheuristik merupakan metode untuk melakukan eksplorasi yang lebih dalam pada daerah yang menjanjikan dari ruang solusi yang ada. Kualitas solusi yang dihasilkan dari metode ini jauh lebih baik daripada yang didapatkan heuristik-klasik. Contoh algoritma yang termasuk dalam algoritma metaheuristik adalah *algoritma genetika*, *simulated annealing*, *tabu search* dan lain sebagainya.

## II.7 Mixed-Integer Linear Programming

*Linear programming* merupakan suatu metode atau teknik matematika yang digunakan untuk membantu dalam hal pengambilan keputusan [9]. Dapat diartikan bahwa masalah dalam *linear programming* adalah mengalokasikan sumber daya yang terbatas seperti akomodasi, alat bantu, bahan baku, jam kerja dengan sebaik mungkin sehingga memperoleh suatu maksimasi atau pun minimasi sesuai dengan fungsi tujuan, seperti maksimasi profit atau meminimasi biaya.

*Mixed-integer linear programming* adalah suatu metode hasil penggabungan *linear programming* (LP) dan *integer linear programming* (ILP), yaitu himpunan variabel dapat dipartisi menjadi dua himpunan bagian dimana himpunan bagian pertama yang berisi variabel dengan domain bernilai *integer* (bulat) dan variabel pada himpunan bagian kedua yang memiliki domain bernilai riil [10].

## II.8 Algoritma Branch and Bound

Algoritma *branch and bound* adalah algoritma umum untuk mencari solusi optimal dari berbagai permasalahan optimasi. Algoritma *branch and bound* pertama kali dikembangkan oleh A.Land dan G.Doig pada tahun 1960 untuk menyelesaikan masalah ILP campuran dan murni umum. Kemudian pada tahun 1965 E.Balas mengembangkan algoritma aditif untuk menyelesaikan ILP dengan variabel biner murni (nol atau satu). Algoritma *branch and bound* adalah pendekatan solusi yang membagi ruang solusi yang layak menjadi himpunan bagian solusi yang lebih kecil. Algoritma *branch and bound* dilakukan secara berulang hingga membentuk pohon pencarian dan dilakukan proses pembatasan (*bounding*) dengan menentukan batasan (*bounding*) dalam mencari solusi optimal [11].

Menurut Taha (2017), ada 2 operasi dasar dalam penggunaan metode *branch and bound*, berikut merupakan operasi dasar.

1. *Branching*

Operasi *branching* merupakan operasi yang melakukan perubahan submasalah baru dari masalah sebelumnya dengan cara menetapkan nilai tiap jalur pada *subtour*.

2. *Bounding*

Operasi *bounding* merupakan operasi yang melakukan pembatasan setiap sub masalah yang dibuat pada operasi *branching*. Pembatasan ini penting untuk dalam penemuan jawab optimal bilangan bulat.

### II.9 Algoritma Cutting Plane

Metode *cutting plane* merupakan suatu metode yang digunakan untuk menyelesaikan *integer linear programming problem*, dengan bilangan bulat murni ataupun bilangan bulat campuran dengan menambahkan suatu batasan baru yang disebut *gamory*. Batasan *gamory* diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan). Adapun langkah-langkah metode *cutting plane*

### II.10 Formulasi VRP

Berbagai macam model dari *integer programming* telah diusulkan untuk CVRP dan macam lainnya. Secara khusus, formulasi model dapat berbeda berdasarkan variabel keputusan yang dipilihnya. Misalkan  $G = (V, A)$  adalah digraf lengkap, dimana  $V$  adalah himpunan simpul untuk pelanggan dan depot, dan  $A$  adalah himpunan busur yang menghubungkan antara pasangan simpul. Berikut merupakan empat teknik dari pemodelan, yaitu:

1. *Two-index vehicle-flow formulations:*

Berisi variabel biner yang menunjukkan apakah busur pada digraf  $G$  yang mendasari dipilih atau tidak.

2. *Three-index vehicle-flow formulations:*

Menunjukkan kendaraan yang melintasi busur. Oleh karena itu, mereka mempertimbangkan variabel biner untuk setiap kombinasi kendaraan busur.

3. *Commodity-flow formulations:*

Membutuhkan satu *set* variabel (*kontinu*) baru yang mewakili jumlah permintaan yang mengalir di sepanjang busur terkait. Ini merupakan tambahan untuk variabel yang digunakan oleh formulasi arus kendaraan dua atau tiga indeks.

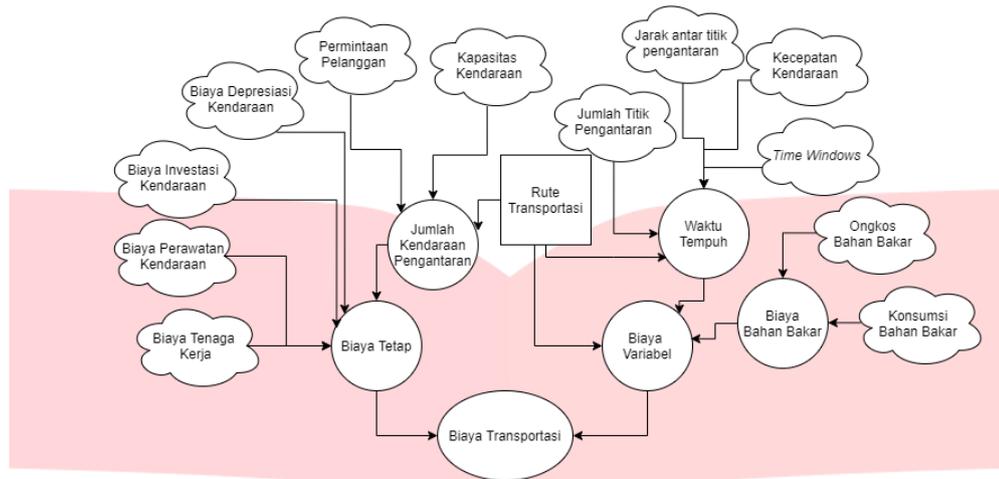
4. *et-partitioning formulations:*

Berisi variabel biner untuk setiap rute kendaraan potensial.

## III. Metode Penyelesaian Masalah

### III.1 Influence Diagram

*Influence diagram* digunakan untuk melihat pengaruh dari komponen-komponen pada model matematis. *Influence diagram* diperlihatkan pada Gambar 3.



Gambar 3 Influence Diagram

Berdasarkan Gambar 3 , komponen yang mempengaruhi biaya transportasi adalah biaya tetap dan biaya variabel. Adapun biaya tetap adalah perpaduan biaya depresiasi kendaraan, biaya perawatan kendaraan, biaya tenaga kerja, dan jumlah kendaraan yang dipakai untuk pengantaran. Komponen yang mempengaruhi jumlah kendaraan yang dipakai untuk pengantaran adalah kapasitas kendaraan, permintaan pelanggan, dan rute pengantaran.

Biaya variabel adalah perpaduan dari rute transportasi, waktu tempuh kendaraan, dan biaya bahan bakar. Komponen yang mempengaruhi waktu tempuh kendaraan adalah jumlah titik pengantaran, kecepatan kendaraan, *time window*, dan jarak antar titik pelanggan, pada jarak antar titik terdiri dari jarak antara depot dengan pelanggan, dan jarak antar pelanggan. Pada biaya bahan bakar terdiri dari ongkos bahan bakar dan konsumsi bahan bakar.

### III.2 Metode Penyelesaian Masalah

Pada tugas akhir ini, permasalahan PT XYZ dibentuk menjadi model matematis yang sesuai dengan permasalahan VRP dengan karakteristik *capacitated vehicle routing problem with time window*. Model matematis yang dibentuk memiliki *set*, parameter, variabel keputusan, dan variabel yang sesuai dengan karakteristik permasalahan. Adapun *set*, parameter, variabel keputusan serta variabel yang ada pada model matematis.

#### Index Set

$n$  : Pelanggan yang dikunjungi

$m$  : Kendaraan yang digunakan

#### Parameter

$D_{ij}$  : Jarak dari *node*  $i$  ke  $j$

$Cv_v$  : Biaya Variabel

$Cf_v$  : Biaya Tetap

$G$  : Jumlah permintaan masing-masing pelanggan

$Q_v$  : Kapasitas pada Kendaraan  $v$

$T_{ij}$  : Waktu tempuh dari *node*  $i$  ke *node*  $j$

$St$	:	Waktu pelayanan pelanggan
$T_{i0}$	:	Waktu tempuh dari <i>node i</i> ke depot
$L$	:	Jam tutup perusahaan PT XYZ
$Et_i$	:	Jam buka pelanggan di <i>node i</i>
$Lt_i$	:	Jam tutup pelanggan di <i>node i</i>

#### Variabel Keputusan

$x_{ijv}$	:	{0,1} variabel menunjukkan apakah <i>node {i, j}</i> dilintasi (1) atau tidak (0) oleh kendaraan v
$x_{0jv}$	:	{0,1} variabel menunjukkan apakah <i>node {0, j}</i> dilintasi (1) atau tidak (0) oleh kendaraan v
$x_{ikv}$	:	{0,1} variabel menunjukkan apakah <i>node {i, k}</i> dilintasi (1) atau tidak (0) oleh kendaraan v
$x_{kqv}$	:	{0,1} variabel menunjukkan apakah <i>node {k, j}</i> dilintasi (1) atau tidak (0) oleh kendaraan v
$x_{0iv}$	:	{0,1} variabel menunjukkan apakah <i>node {0, i}</i> dilintasi (1) atau tidak (0) oleh kendaraan v
$g_{jv}$	:	Jumlah permintaan di <i>node j</i> pada kendaraan v
$g_{iv}$	:	Jumlah permintaan di <i>node i</i> pada kendaraan v
$a_{jv}$	:	Jumlah waktu tempuh di <i>node j</i> pada kendaraan v
$a_{iv}$	:	Jumlah waktu tempuh di <i>node i</i> pada kendaraan v
$d_{jv}$	:	Jumlah jarak tempuh di <i>node j</i> pada kendaraan v
$d_{iv}$	:	Jumlah jarak tempuh di <i>node i</i> pada kendaraan v

#### Variabel

$i$	:	<i>Node</i> awal
$j$	:	<i>Node</i> tujuan
$v$	:	Kendaraan
$0$	:	Depot
$k$	:	<i>Node</i>

Pada model matematis yang dibentuk dimasukan syarat bahwa titik awal pengantaran permintaan oleh kendaraan diawali dari depot, dan harus kembali ke depot. Tiap kendaraan dapat melayani pelanggan hanya sebanyak satu kali, setiap pelanggan memiliki jam buka-tutup yang berbeda, kendaraan akan melayani dalam rentang *time window* tersebut. Model dibangun dengan tujuan meminimasi biaya transportasi dan meminimasi jarak yang dilalui oleh kendaraan. Berikut merupakan model yang dibangun untuk perancangan rute pada PT XYZ dibangun dalam *mixed-integer linear programming* (MILP) [12].

Fungsi Tujuan

$$\text{minimize } \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m x_{ijv} D_{ij} C_{v} + \sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m x_{0jv} C_{f_v} \quad (1)$$

Pembatas :

$$\sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^m x_{ijv} = 1, \quad \forall i\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{v=1}^m x_{ijv} = 1, \quad \forall j\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ikv} - \sum_{j=0}^n x_{kjh} = 0, \quad \forall k\{0, \dots, n\} \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{0iv} \leq 1, \quad \forall k\{0, \dots, n\} \quad (5)$$

$$g_{jv} \geq g_{iv} + G_j + ((x_{ijv} - 1) \times Z), \quad \forall i\{0, \dots, n\}, j\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (6)$$

$$g_{iv} \leq Q_v, \quad \forall i\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (7)$$

$$a_{jv} \geq a_{iv} + T_{ij} + St + ((x_{ijv} - 1) \times Z), \quad \forall i\{0, \dots, n\}, j\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (8)$$

$$a_{iv} + T_{i0} \leq L, \quad \forall i\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (9)$$

$$a_{iv} \geq Et_i, \quad \forall i\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (10)$$

$$a_{iv} \leq Lt_i, \quad \forall i\{0, \dots, n\}, v\{0, \dots, m\} \quad (11)$$

$$d_{jv} \geq d_{iv} + D_{ij} + ((x_{ijv} - 1) \times Z) \quad \forall i\{0, \dots, n\}, j\{0, \dots, n\}, v\{1, \dots, m\} \quad (12)$$

L = 540

Fungsi tujuan (1) dalam penelitian ini adalah meminimasi total biaya dari seluruh kendaraan yang digunakan dalam pengantaran permintaan. Adapun pembatas pada model matematis tersebut adalah pembatas (2) digunakan untuk memastikan bahwa kendaraan yang meninggalkan depot untuk melayani setiap pelanggan adalah 1 kendaraan. Pembatas (3) digunakan untuk memastikan bahwa kendaraan yang telah melayani pelanggan dan telah meninggalkan pelanggan tersebut adalah 1 kendaraan. Pada pembatas (4) memastikan bahwa setiap kendaraan yang berangkat berjumlah sama dengan tiap kendaraan yang datang. Pada pembatas (5) memastikan bahwa jumlah kendaraan yang

digunakan untuk melayani pelanggan bernilai kurang lebih sama dengan satu, jadi dapat bernilai satu atau nol. Pembatas (6) memastikan bahwa jumlah permintaan di *node j* sama dengan total jumlah permintaan di *node i* dengan permintaan masing-masing pelanggan yang akan dikunjungi selanjutnya. Pembatas (7) memastikan jumlah permintaan permintaan kurang dari sama dengan kapasitas kendaraan. Pembatas (8) memastikan bahwa jumlah waktu tempuh di *node j* sama dengan total jumlah waktu kedatangan pada *node i* dengan waktu kedatangan pada masing-masing pelanggan yang akan dikunjungi selanjutnya ditambah waktu tempuh dan waktu pelayanan pelanggan. Pembatas (9) memastikan bahwa jumlah waktu kembali ke depot tidak lebih besar dari waktu tutup depot. Pembatas (10) memastikan bahwa waktu kedatangan lebih besar dari waktu buka pelanggan pada *node i*. Pembatas (11) memastikan bahwa waktu kedatangan tidak lebih besar dari waktu tutup pelanggan pada *node i*. Pembatas (12) memastikan jarak tempuh pada *node j* adalah total dari pada *node i* dan *node-node* pelanggan yang akan dilayani selanjutnya.

#### IV. Pembahasan

##### IV.1 Analisis Biaya Transportasi

Biaya transportasi merupakan biaya yang didapatkan setelah melakukan kegiatan transportasi. Pada PT XYZ kegiatan transportasinya adalah saat pengantaran permintaan kepada masing-masing pelanggan. Biaya transportasi terdiri dari biaya tetap dan biaya variabel. *Tabel 1* yang menunjukkan perbandingan biaya transportasi pada kondisi eksisting dan kondisi usulan.

*Tabel 1 Perbandingan Biaya*

Tanggal	Perbandingan Biaya	
	Biaya Eksisting	Biaya Usulan
2-Sep	Rp 21,713,237	Rp 523,872
3-Sep		Rp 952,496
4-Sep		Rp 1,139,836
5-Sep		Rp 443,758
6-Sep		Rp 1,219,434
9-Sep		Rp 953,269
10-Sep		Rp 489,804
...		Rp 1,631,701
30-Sep		Rp 666,453
Total		Rp 21,713,237
Total Penurunan	22.72%	

Pada *Tabel 1* menunjukkan perbandingan biaya pada kondisi eksisting dan kondisi usulan setelah dilakukan perubahan rute menggunakan metode MILP, pada kondisi eksisting total biaya yang didapatkan dalam pengantaran 1 bulan atau 22 hari kerja adalah sebesar Rp21.713.237 dan pada kondisi usulan didapatkan total biaya yang didapatkan dalam pengantaran permintaan 1 bulan atau 22 hari kerja adalah sebesar Rp16.779.395. Dengan begitu dapat dilihat juga adanya penurunan total biaya pada kondisi eksisting dan kondisi usulan sebesar Rp4.923.793 atau sebesar 22,72%. Hal ini terjadi karena total biaya dipengaruhi oleh total jarak tempuh yang dilalui oleh kendaraan dan jumlah kendaraan yang dipakai dalam pengantaran permintaan. Biaya transportasi yang dihasilkan oleh rute usulan sebesar Rp16.779.395, biaya tersebut lebih rendah jika dibandingkan dengan target biaya yang ditetapkan oleh perusahaan yang sebesar Rp20.000.000 atau lebih rendah sebesar 16,1%.

##### IV.2 Analisis Jarak Rute Pengiriman dan Total Kendaraan

Jarak Tempuh merupakan jarak yang dihasilkan dari rute yang dilewati oleh kendaraan saat melakukan pengantaran permintaan ke masing-masing pelanggan, rute tersebut dimulai dari kendaraan meninggalkan depot hingga kembali lagi ke depot. Total kendaraan merupakan kendaraan yang dipakai dalam melakukan pengantaran permintaan ke masing-masing pelanggan. Berikut merupakan tabel yang menunjukkan perbandingan antara jarak dan total kendaraan pada kondisi eksisting dan Usulan dapat dilihat pada *Tabel 2*

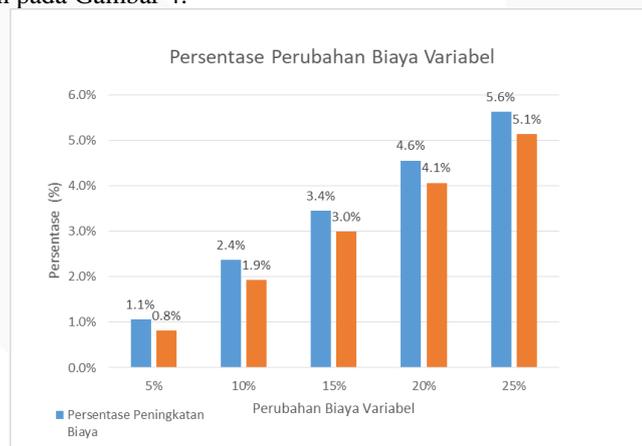
Tabel 2 Perbandingan Jarak Tempuh

Tanggal	Eksisting		Usulan		Penurun Jarak Tempuh (%)
	Total Jarak	Jumlah Kendaraan	Total Jarak	Jumlah Kendaraan	
2-Sep	192.2	1	192.2	1	0%
3-Sep	242.2	2	236.5	2	2.4%
4-Sep	658.9	3	527.4	2	20%
5-Sep	67.8	1	67.8	1	0%
6-Sep	673.1	2	651.0	2	3.3%
9-Sep	318.8	3	237.7	2	25.4%
10-Sep	139.3	1	139.3	1	0.0%
...	...	...	...	...	...
30-Sep	442.3	2	413.6	1	6.5%
Total	6666.9	43	5614.5	33	

Pada Tabel 2, menunjukkan perbandingan jarak dan total kendaraan saat kondisi eksisting dan kondisi usulan. Pada kondisi eksisting total jarak yang ditempuh dalam memenuhi permintaan pelanggan selama 1 bulan atau 22 hari kerja adalah sebesar 6666.9 km dan total kendaraan yang digunakan ada sebanyak 43 kendaraan. Untuk kondisi Usulan total jarak yang ditempuh untuk memenuhi permintaan pelanggan dalam kurun waktu satu bulan atau 22 hari kerja adalah sebesar 5614.5 km dengan total kendaraan yang dipakai sebanyak 34 kendaraan. Hal ini menunjukkan bahwa adanya penurunan jarak yang ditempuh dalam 1 bulan yaitu sebesar 1052.4 km atau sebesar 15.78% pada kondisi usulan. Untuk total kendaraan terjadi pengurangan penggunaan kendaraan yaitu sebanyak 10 kendaraan atau sebesar 23% pada kondisi usulan.

#### IV.3 Analisis Perubahan Biaya Variabel

Pada saat melakukan biaya transportasi, biaya variabel menjadi biaya yang mempengaruhi hasil yang akan dihasilkan. Analisis perubahan biaya digunakan untuk melihat apakah terjadi perubahan rute yang akan dihasilkan oleh model yang telah dibangun, analisis perubahan biaya variabel ini mempresentasikan perubahan biaya variabel yang akan terjadi seperti perubahan harga bahan bakar kendaraan. Analisis perubahan yang diterapkan pada penelitian ini adalah peningkatan dan penurunan persentase biaya variabel, yaitu masing-masing sebesar 5%, 10%, 15%, 20%, dan 25%. Peningkatan persentase Biaya variabel ditunjukkan pada Gambar 4 dan penurunan persentase biaya variabel ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4 Perubahan Biaya Variabel

Berdasarkan Gambar 4, Peningkatan biaya variabel tidak akan mempengaruhi rute yang dihasilkan tetapi biaya variabel akan mempengaruhi total biaya transportasi. Biaya variabel yang ditingkatkan 5% membuat total biaya naik sebesar 1,1% dari total biaya usulan yaitu yang sebelumnya, Rp16,779,395 menjadi Rp16,957,097. Pada peningkatan biaya variabel 0%-25% menghasilkan selisih total biaya transportasi sebesar 0%-6% jika dibandingkan dengan total biaya usulan.

Berdasarkan Gambar 4, Penurunan biaya variabel tidak akan mempengaruhi rute yang dihasilkan tetapi biaya variabel akan mempengaruhi total biaya transportasi. Biaya variabel yang diturunkan 5% membuat total biaya turun sebesar 0,8% dari total biaya usulan yaitu yang sebelumnya, Rp16,779,395 menjadi Rp16,639,209. Pada penurunan biaya variabel 0%-25% menghasilkan selisih total biaya transportasi sebesar 0%-5% jika dibandingkan dengan total biaya usulan.

#### IV.4 Analisis Penurunan Kecepatan

Dalam melakukan pendistribusian permintaan kepada pelanggan, kecepatan mempengaruhi ketepatan waktu dalam pendistribusian. Kecepatan yang digunakan adalah kecepatan rata-rata dan ini merupakan asumsi yang tidak riil. Analisis penurunan kecepatan digunakan untuk memvalidasi perubahan rute dan analisis penurunan kecepatan mempresentasikan faktor eksternal yang dapat terjadi seperti kemacetan, kecelakaan, dan sebagainya. Berikut merupakan tabel analisis penurunan kecepatan.



Gambar 5 Penurunan Kecepatan

Berdasarkan memperlihatkan kecepatan yang akan merubah rute yang telah diusulkan, seperti pada tanggal 2 september penurunan sebesar 47% yang dapat menghasilkan rute yang berbeda dibandingkan dengan rute usulan sebelumnya. Besarnya penurunan diakibatkan oleh faktor jumlah titik yang dikunjungi, jumlah permintaan setiap titik yang dikunjungi, waktu tempuh dan jarak antara depot – pelanggan, jarak tempuh antar pelanggan, dan time window . Penggunaan kecepatan yang berbeda-beda ini digunakan untuk memvalidasi perubahan rute dan analisis penurunan kecepatan mempresentasikan faktor eksternal yang dapat terjadi seperti kemacetan, kecelakaan, dan sebagainya. Pada penelitian ini, didapatkan bahwa penurunan kecepatan pada rentang 0% - 35% tidak mengakibatkan adanya perubahan rute, perubahan rute akan terjadi pada rentang penurunan sebesar 35% - 40%. Tetapi hal ini dilihat kembali dari faktor jumlah titik yang dikunjungi, jumlah total jarak antara depot – pelanggan dan antar pelanggan, waktu tempuh, jumlah permintaan dan time window yang ditetapkan.

#### V. Kesimpulan

Berikut merupakan kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian, perancangan rute pada permasalahan *capacitated vehicle routing problem with time window* (CVRPTW) dengan menggunakan metode *Mixed-Integer Linear Programming*.

1. Penelitian ini merancang rute pendistribusian barang pada PT XYZ dengan menggunakan metode *Mixed-Integer Linear Programming* pada rute usulan. Biaya transportasi pada rute eksisting adalah sebesar Rp 21,713,237 dan biaya transportasi yang dihasilkan pada rute usulan adalah sebesar Rp.16,779,395, terjadinya penurunan biaya transportasi sebesar 22.72%. Biaya transportasi yang dihasilkan oleh rute usulan adalah Rp.16.779.395, berarti biaya tersebut tidak

melebihi target biaya yang ditetapkan oleh perusahaan yang sebesar Rp.20.000.000, atau biaya transportasi lebih rendah 16.1% dari target costing perusahaan.

2. Pada rute eksisting jarak tempuh yang dilewati oleh kendaraan adalah sebesar 6666.9 kilometer (km). Pada rute usulan jarak tempuh yang dilewati oleh kendaraan adalah sebesar 5614.5 km, atau terjadi penurunan jarak tempuh sebesar 16%. Penggunaan kendaraan juga berkurang dalam pendistribusian satu bulan yang sebelumnya sebanyak 43 kendaraan pada rute usulan kendaraan yang digunakan sebanyak 33 kendaraan.
3. Pada verifikasi pemenuhan *time window* membuktikan bahwa rute yang diusulkan tidak ada yang keluar dari rentang *time window* perusahaan dan pelanggan, dikarenakan kendaraan yang digunakan dalam proses distribusi kembali ke depot sebelum berakhirnya rentang waktu *time window*.
4. Perubahan biaya variabel yang diterapkan pada penelitian ini sebagai pertimbangan dari faktor eksternal yang mungkin terjadi seperti naik atau turunnya harga bahan bakar yang akan mempengaruhi total biaya transportasi. Persentase peningkatan biaya variabel akan sebesar 0-25% akan membuat meningkatnya total biaya transportasi sebesar 0-6% dan perubahan penurunan biaya variabel akan membuat total biaya transportasi menurun sebesar 0-5%.
5. Penurun rata – rata kecepatan yang diterapkan adalah sebagai pertimbangan faktor eksternal yang dapat terjadi pada saat proses pendistribusian kepada pelanggan. Persentase rata-rata penurunan kecepatan yang akan menghasilkan rute berbeda dari usulan sebesar 52 %. Persentase rata-rata penurunan kecepatan akan menghasilkan rute yang tidak layak adalah sebesar 63%.

#### Referensi

- [1] S. Simons, "'Minimax Theorems with Staircases.," *Archiv der Mathematik* 57, p. 169–79, 1991.
- [2] David Simchi-Levi, *Designing And Managing The Supply Chain*, United States of America: Mc Graw - Hill Companies Inc, 2000.
- [3] Chopra, Sunil, & Meindl, Peter., *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*. (5th ed)., Harlow: Pearson Education, 2013.
- [4] Pujawan, I Nyoman, *Ekonomi Teknik, Edisi Kedua Jilid Pertama*, Surabaya: Guna Widya, 2009.
- [5] Mulyadi, *Akuntansi Biaya. Edisi 5. Cetkan sebela*, Yogyakarta: STIE YKPN, 2012.
- [6] Ardiyos, *Kamus Standar Akuntansi. Cetakan Kedua*, Jakarta: Citra Harta, 2007.
- [7] Rahmi Y., & Murti A, "Penerapan Metode Saving Matrix Dalam Penjadwalan Dan Penentuan Rute Distribusi Premium Di SPBU Kota Malang," *Jurnal Rekayasa Mesin*. vol.04, no.01, pp. 17-26, 2013.
- [8] Toth and Vigo, *Exact Solution of The Vehicle Routing Problem*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [9] Z. Yamit, *Manajemen Produksi dan Operasi*, Yogyakarta: EKONISIA Fakultas Ekonomi UII Yogyakarta, 2011.
- [10] F. Mehlbeer and N. A. Vien, *Mixed-Integer Linear Programming Applied to Temporal Planning of Concurrent Actions*, 2014.
- [11] B. W. Taylor, *Introduction to Management Science*, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2013.

- [12] Z. Borcinova, "Two models of the capacitated vehicle routing problem," *Croatian Operational Research Review*, p. 463–469, 2017.
- [13] G. Anand and R. Kodali, "Benchmarking the benchmarking models," *An International Journal*, vol. 15, no. 3, pp. 257-291, 2008.
- [14] D. Agam, " Followers Ratio on Instagram Affects the Product's Brand Awareness," *Australian Journal of Accounting, Economics and Finance (AJAEF)*, pp. 85-89, 2017.
- [15] G. E. Belch and M. A. Belch, *Advertising & Promotion: An Integrated Marketing Communications Perspective*, Eleventh Edition, New York: McGraw-Hill Education, 2018.
- [16] P. Kotler and K. L. Keller, *Marketing Management* 15th edition, United States: Pearson Education, 2016.
- [17] A. Bianchini, "3PL provider selection by AHP and TOPSIS methodology," *Benchmarking: An International Journal*, vol. 25(1), p. 235–252, 2018.
- [18] N. Anand and N. Grover, "Measuring retail supply chain performance: theoretical model using key performance indicators (KPIs)," *Benchmarking: An International Journal*, vol. 22(1), p. 135–166, 2015.
- [19] Chopra, Sunil & Meindl, Peter, *Supply Chain Management : Strategy, Planning and Opration*. Fourth Editio, New Jersey: Pearson Education, Inc, 2010.
- [20] S. Basriati, "INTEGER LINEAR PROGRAMMING DENGAN PENDEKATAN METODE CUTTING PLANE DAN BRANCH AND BOUND UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 2018.